Электронное научное издание «Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление»
www.rypravlenie.ru **том 6 № 2 (7), 2010, ст. 1**

УДК 514.743.4

ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВА МОДЕЛЕЙ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ

Владимир Алексеевич Кутергин, доктор технических наук, профессор, Институт прикладной механики Уральского отделения Российской Академии Наук

Александр Сергеевич Шадрин, аспирант Института прикладной механики Уральского отделения Российской Академии Наук

Аннотация

В данной работе рассматривается модель инфокоммуникационной сети (ИКС) и процессы, происходящие в ИКС. Рассматриваются базовые элементы ИКС – узел накопления и канал связи. Выводятся уравнения поведения элементов сети, при включении элементов в сеть и уравнения для нахождения значения реакции связи при включении элементов в сеть.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: инфокоммуникационная сеть, тензорный анализ, двойственные сети, анализ сетей.

GEOMETRY OF SPACE MODELS IN INFOCOMMUNICATIONAL NETWORKS

Vladimir Kutergin, Doctor of Technical Science, professor, Institute of Applied Mechanics, Ural Branch of Russian Academy of Science

Alexander Shadrin, Postgraduate of Institute of Applied Mechanics, Ural Branch of Russian Academy of Sciences

Abstract

This article is devoted to the info-communicational model and its processes. The basic components of the info-communicational system – the buffer and the communication channel - are considered. The behavioural equations of the network components are deduced, as well as the equations for finding the value of the reaction of communication with the inclusion of the elements in the network.

KEY WORDS: info-communicational network, tensor analysis, dual networks, network analysis.

Жизнь современного общества немыслима без широкого использования разнородных систем передачи информации. Эти средства непрерывно совершенствуются и развиваются. Объемы информации с каждым годом возрастают, увеличивается дальность связи, повышаются требования к качеству передачи [3].

1. Модель инфокоммуникационной сети

Сеть можно представить как систему, транспортирующую некий продукт из одной точки в другую. Этим продуктом могут быть люди, электроэнергия, природный газ, нефть и многое другое. Примером может служить система нефтепровода, где нефть течет из одной точки к другим точкам системы [1].

Будем рассматривать задачу расчета сети как задачу нахождения компонент наложенного вектора в путях и ветвях связанной сети по заданным компонентам этого вектора в свободных ветвях [6].

Таким образом, задачу расчета сети можно сформулировать следующим образом:

- расчет изменения компонент заданного вектора в сети любой структуры;
- расчет изменения компонент любого вектора при заданной структуре и метрических параметров ветвей.

1.2. Модель инфокоммуникационной сети (ИКС)

ИКС принято описывать с помощью графов - топология сети *Гс* задается графом *G(N, L)* [4]. Каждое ребро (ветвь) имеет длину, которая эквивалентна «стоимости» его использования, например, ее геометрической длине, пропускной способности, общей загрузке узла пакетами, передаваемыми по этой линии и т.п. В случае, когда учитываются направления ребер, задается ориентированный граф.

Ребра графа представляют собой каналы связи, вершины – коммутационное и оконечное оборудование сети, соединяющее два или несколько входящих и исходящих каналов связи в требуемых направлениях. В целом задачу распределения информационных потоков выполняет система коммутации (рис. 1), состоящая из собственно сети (КС), узлов коммутации (УК) и системы подключения абонентов, реализованной в оконечных пунктах оконечным оборудованием данных (ООД). Наиболее важную роль в ней играют УК, обеспечивающие установление, поддержание и разъединение соединений между абонентскими терминалами (телефонными аппаратами, компьютерами и т.п.), каждому из которых присвоен адрес (номер).

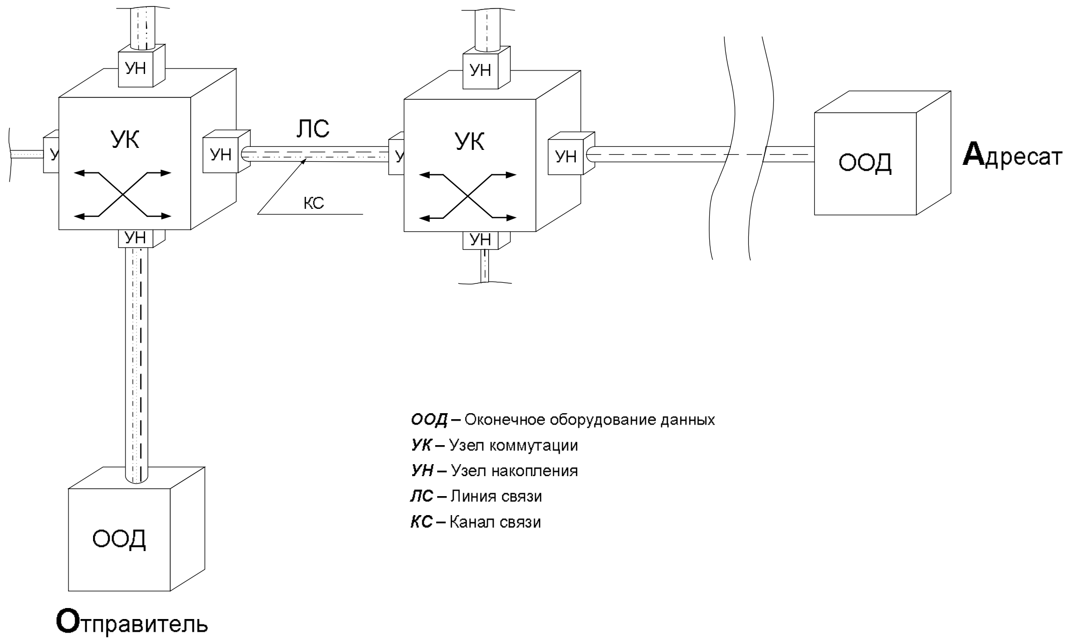

Рис. 1. Инфокоммуникационная сеть

Пусть КС характеризуются пропускными способностями, а УК - состояниями УН (узел накопления). Будем считать, что сеть находится в сопредельном состоянии [4]. В этом случае решение задачи эффективного распределения потоков информации в смысле минимизации времени ее доведения или потерь с ограничением по временной задержке, наряду с алгоритмом маршрутизации, существенно зависит от топологии сети. При этом потоки в сетях и структурное построение самих сетей являются взаимоопределяющими.

1.3. Формула Литтла

Соотношения между значением информационного потока Λ [пакет/с], накопленным числом информационных пакетов V [пакет] и временной задержкой на передачу сообщений T [с] описываются формулой Литтла [8]:

$$V = \Lambda T \qquad (1)$$

1.4. Степени свободы элементов сети и реакции связи

Точки, посредством которых ветви (каналы связи, одноканальные системы) соединяются между собой, являются источниками возникновения топологических законов, которые и определяют структуру соответствующего пространства. Ветви или элементы сети являются каналами распространения потоков мощности или энергии. Поэтому, когда пространство сети становится связанным, т.е. состоящим из подпространств, границы которых взаимодействуют, то возникает некая иная форма взаимодействия элементов в сети. Сеть действует на элемент, а элемент оказывает воздействие на сеть, таким образом, чтобы, с одной стороны не были нарушены законы поведения элемента сети, а с другой - были выполнены топологические законы [2].

Связи, которые мы задаем между элементами системы — есть некоторые ограничения, которые мы накладываем на состояние или на параметры изменения состояния сети. Поскольку каждое состояние характеризуется определенным числом степеней свободы, то вводимые ограничения - связь, уменьшает это число степеней свободы или редуцирует их на такое число, сколько независимых уравнений относительно параметров состояния вводится для представления связей.

Однако введение связей это не только редукция степеней свободы элементов сети. Естественный ход явлений, проявляющихся в элементах сети, нарушается. Что бы явление развивалось в соответствии с вводимыми ограничениями, необходимо его трансформировать. Законы трансформации явлений на элементах сети можно ввести из принципов Даламбера-Лагранжа освобождаемости от связей. В этом случае возникает новый геометрический объект — реакция связи, корректирующий поведение элементов сети в соответствии с природой этого явления. Если связь идеальна, то явление можно описать следующим образом: как только мы запрещаем естественному закону развиваться в определенном направлении, так сразу строго противоположно данному направлению, т.е. перпендикулярно данному ограничению, возникает воздействие – реакция связи. Данное воздействие будет характеризовать влияние сети на состояние или изменение состояния данного элемента. Вместе с тем, в соответствии с законом равенства действия и противодействия, реакция связи будет характеризовать и влияние элемента на поведение сети.

Если число степеней свободы несвязанных элементов сети N, а число уравнений связи равно т, то $n = N$ - т есть число степеней свободы сети. В этой связи n - число независимых параметров состояния сети; т - число независимых параметров - реакций связи, характеризующих влияние на поведение сети т независимых ограничений.

Можно рассчитать два крайних состояния сети при:

1) $n = N$

2) $N = m$.

В случае $n = N$ элементы сети не связаны - т.е. свободны, и явления в элементах сети развивается в соответствии с естественным законом, все реакции связи равны нулю. Это закон независимости контуров каждого элемента сети. Вместе с тем, эти независимые контура образуют векторное пространство, базисом которого служат контуры N базовых элементов. И если с каждым контурным элементом связан информационный поток, то λ^p,

$p=1, \ldots, n$, характеризует вектор контурного пространства. Данный вектор можно представить в различных системах координат, связанных с исходной системой не особым преобразованием, допускающим операции построения других контуров из данных. В терминологии тензорного анализа это связывается с построением чисто контурных сетей.

В случае $N = m$ элементы сети связаны таким образом, что $n = 0$, состояние сети определено, т.е. является заданным, сеть не имеет степеней свободы - т.е. нет потока движения пакетов информации в сети. Сеть разорвана, и состояние элемента *ИКС* характеризуется накопленным числом пакетов информации. Число таких УН равно N - количеству элементов. Из N независимых УН тоже можно строить векторное пространство и чисто узловые сети, в которых узловые пары могут быть представлены в виде линейной комбинации узловых пар базовых элементов.

Во втором случае число независимых параметров $m = N$ реакция связи максимальна, т.е. равна N, и характеризуется вектором V (число пакетов информации), который может быть задан в произвольной системе координат, связанной с исходным базисом не особым преобразованием.

Можно заметить, что число степеней свободы и число независимых параметров реакции связи ведут себя противоположным образом. Если уменьшить на единицу число степеней свободы *ИКС*, то число независимых параметров реакции связи тут же увеличивается на единицу.

Поэтому $n + m = N$ для сети, состоящей из N элементов с одной степенью свободы каждый, является инвариантным соотношением [2].

2. Базовые элементы ИКС. Объединение элементов в сеть.

2.1. Базовые элементы ИКС

Как было рассмотрено выше – ИКС есть соединение таких элементов, как УК и КС. При описании сети с помощью графа УК задаются как вершины графа, а КС – как ребра (ветви).

Ветви и последовательности ветвей образуют в этом пространстве пути, по которым могут распространяться потоки. Ветви представляют собой пути распространения потоков: для электрической сети это потоки электрической энергии, для инфокоммуникационной – информационные потоки. Поток характеризуется направлением и величиной. Пути делятся на два типа: закрытые (сеть замкнутого типа) и открытые (сеть разомкнутого типа) [2].

Каждая ветвь представляет собой самостоятельный элемент пространства, совокупность точек которого не выражается через другие ветви. Следовательно, размерность этого пространства, то есть количество линейно-независимых элементов равна числу ветвей.

Если ветви не соединены между собой, то каждая из них образует путь. При соединения ветвей число независимых путей в сети, то есть таких путей, которые не выражаются через другие, уменьшается, в то время как любой другой путь можно представить в виде комбинации из этих путей [4].

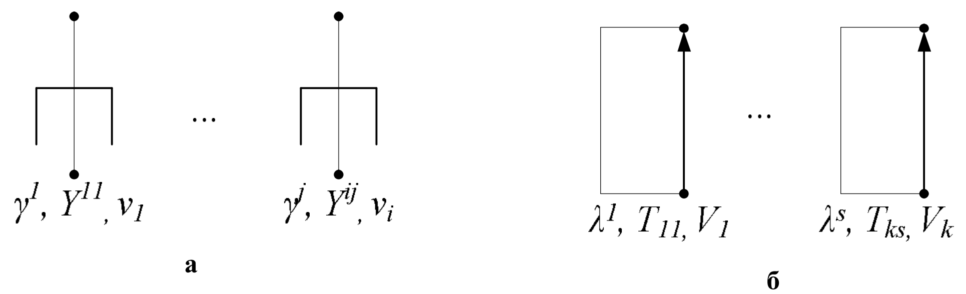

Рис. 2. Базовые элементы ИКС

а) примитивная сеть, состоящая из элементов разомкнутого типа

б) примитивная сеть, состоящая из элементов замкнутого типа

Поведение элемента модели сети разомкнутого типа (рисунок 2а) можно описать при помощи формулы Литтла усредненными по сети параметрами $g = Y v$, где v – объем накопленных информационных пакетов в УН [пакет], Y – результирующая пропускная способность [1/с] – показывает, сколько времени необходимо для перемещения одного пакета информации, γ – входной поток информационных пакетов [пакет/с].

Переменной, определяющей состояние сети разомкнутого типа (в электротехнике подобные сети называют «узловыми») является переменная объема накопленных информационных пакетов - v.

В тензорном виде закон поведения m – элементов сети разомкнутого типа можно записать следующим образом:

$$g^j = Y^{ji} v_i \tag{2}$$

где $i, j = 1, ..., m$, m – число элементов.

Элемент сети замкнутого типа (рис. 2б) описывается уравнением:

$$V = T\, l \tag{3}$$

где V – число информационных пакетов, циркулирующих в КС [пакет], T – время нахождения пакетов в КС [с], λ – поток информационных пакетов [пакет/с].

В КС, не включенный в сеть не поступает внешний информационный поток. Это приводит к тому, что внутри КС циркулируют информационные пакеты служебного назначения – о состоянии канала связи, запросы на установление соединения и т.д.

Переменной, определяющей состояние элемента сети замкнутого типа (в электротехнике подобные сети называют «контурными») является переменная информационного потока $\lambda(t)$.

В тензорном виде закон поведения *М*-элементов сети замкнутого типа можно записать следующим образом :

$$V_k = T_{ks}\ l^s \tag{4}$$

где $k, s = 1,...,M$, M – число элементов замкнутого типа

2.2. Объединение элементов в сеть

Введем *n* - мерное пространство L^n *с* некоторой заданной системой координатных осей, которое можно поставить во взаимно-однозначное соответствие со всеми упорядоченными системами *n* действительных или комплексных чисел $(\lambda^1,...,\lambda^n)$. Каждой произвольной точке *А* этого пространства соответствует вектор, координаты которого $(\lambda^1,...,\lambda^n)_A$ определяют пространство переменных состояния некоторой инфокоммуникационной сети [8].

Рассмотрим систему потоковых элементов или компонентов инфокоммуникационной, для которых известны модели их поведения: рассмотрим *N* контурных элементов *ИКС* (см. рисунок *2б*), с каждым из которых связано одно и то же явление, определяемое формулой Литтла - $V_k = T_{ks}\ l^s$, $s, k, = 1,..., N$.

Пусть на независимые параметры *ИКС* наложено $j = 1,..., m$ склерономных[1] связей, заданных системой независимых алгебраических уравнений:

$$f^j\ (l^s) = C_s^j\ l^s = 0 \tag{5}$$

где $s = 1,..., N;\ j = 1,..., m$

Система независимых алгебраических уравнений (5) определяет $n = (N - m)$ - мерное плоское многообразие $L^n \in ИКС^N$. Наша задача – построить модель *ИКС,* состоящей из совокупности однородных элементов, подчиненных ограничениям (5).

Пусть заданные источники информационных пакетов $V_k(t), k=1,..., N$. определяют движение изображающей точки $a(t) = l^s(t)$. В силу уравнений связи (5), траектория движения изображающей точки должна быть такой, что $a(t) = L^n$. Поэтому скалярное равенство элементов геометрических объектов $T_{ks}\ l^s$ и V_k будет нарушено. В связанном движении

[1] Склеромные – то есть не содержащие время в явном виде.

кроме компонент V_k на изображающую точку будет действовать еще один источник движения - R_k в механике называемый реакцией связи.

$$V_k + R_k = T_{ks}\ l^s \tag{6}$$

Так как мы рассматриваем систему потоковых элементов, то воздействие элементов на сеть и сети на элемент будет выражаться в виде потоков информации. В ответ на них возникает накопление информационных пакетов из-за свойств сопротивления в терминах времени элементов сети [7, 5]. Поэтому геометрический объект - реакция связи R_k будет иметь свойства переменной числа информационных пакетов v_k .

Переменная числа информационных пакетов непосредственно не задана, а зависит от характера движения изображающей точки а и свойств ограничивающей связи. Теперь мы можем записать инвариантное уравнение поведения элемента сети, состоящей из однородных потоковых элементов в ковариантной и контравариантной форме:

$$V_k + v_k = T_{ks}\ l^s \tag{7}$$

$$(V_k + v_k)\,Y^{ks} = l^s \tag{8}$$

где $k, s = 1, \ldots, N$; $Y^{ks} = (T_{ks})^{-1}$ - матрица проводимости элементов сети.

Уравнения (7) и (8) можно сделать более симметричными, если дополнить их геометрическим объектом, который будет представлять воздействие на элементы сети источников информационного потока g^s; тогда уравнения (7) и (8) примут следующую инвариантную форму:

$$V_k + v_k = T_{ks}\,(l^s + g^s) \tag{9}$$

$$(V_k + v_k)\,Y^{ks} = l^s + g^s \tag{10}$$

Уравнение (9) представляет собой ковариантную форму представления модели сети из взаимосвязанных элементов в исходной системе координат; уравнение (10) — контравариантная форма.

3. Решение задачи анализа сети

Рассмотрим представления уравнения (10) в новой системе координат $l_\nabla^k, k = 1, \ldots, N$ связанной со старой системой координат $l^s, s = 1, \ldots, N$ преобразованием [2]:

$$\begin{cases} l_\nabla^1 = l^1\ ,\ l_\nabla^2 = l^2\ , \ldots,\ l_\nabla^n = l^n \\ \ l_\nabla^{n+1} = C_l^{n+1}\, l^l\ ,\ l_\nabla^{n+2} = C_l^{n+2}\, l^l\ , \ldots,\ l_\nabla^{n+m} = C_l^{n+m}\, l^l \end{cases} \tag{11}$$

Разобьем скользящий индекс $l=1,...,N$ на два составляющих индекса $l=(x,j)$, так чтобы $x=1,...,n; j=n+1,...,N$. Тогда преобразования (11) можно записать в следующем компактном виде:

$$\begin{cases} l_{\nabla}^{x} = d_{m}^{x}\, l^{m} \\ l_{\nabla}^{j} = C_{l}^{j}\, l^{l} \end{cases} \tag{12}$$

Данное преобразование не особое, поэтому для него существует обратное преобразование, которое можно представить в виде:

$$\begin{cases} l^{m} = d_{x}^{m}\ l_{\nabla}^{x} \\ l^{h} = A_{x}^{h}\, l_{\nabla}^{x} + A_{j}^{h}\, l_{\nabla}^{j} \end{cases} \tag{13}$$

где $x,m=1,...,n; j,h=n+1,...,N$;

$A_{k}^{s} = \begin{pmatrix} d_{x}^{m} & 0 \\ A_{x}^{h} & A_{j}^{h} \end{pmatrix}; \mathrm{s, k} = 1,\ldots,\mathrm{N}$ - обратное преобразование.

Так как преобразование (13) произвольное и не особое, то уравнения с индексом $m=1,...,n$ будут означать независимые координаты, а с индексом $h=n+1,...,N$ будут представлять независимые уравнения преобразования координат таким образом, что в новой системе координат $l_{\nabla}^{k}, k=1,...,N$ уравнения связей могут быть заданы в виде:

$$l_{\nabla}^{j} = 0, j = n+1,...,N \tag{14}$$

И, следовательно, представляют $(N-m)$ - мерную координатную плоскость пространства L_{∇}^{N} (где ∇ означает новую систему координат, в которой представлено подпространство L_{∇}^{N}).

Если перейти к языку систем, то описанная таким образом система должна обладать n степенями свободы, и поведение ее изображающей точки $a \in L_{\nabla}^{N}$, где L_{∇}^{N} — подпространство – n-мерная координатная плоскость.

Теперь представим модель сети из взаимосвязанных потоковых элементов, подчиненных уравнениям связи (14) в системе координат l_{∇}^{k}. Для этого проделаем несколько этапов. На первом этапе воспользуемся уравнениями (5) и (9), представив их в системе координат l_{∇}^{k}, связанной с исходной системой координат l^{k} преобразованиями (13). В результате получим ковариантную и контравариантную форму уравнений ИКС [2]:

$$A_{p}^{k}\, T_{ks}\, A_{q}^{s}\, (l_{\nabla}^{q} + g_{\nabla}^{q}) = V_{p}^{\nabla} + v_{p}^{\nabla} \tag{15}$$

$$l_{\nabla}^{p} + g_{\nabla}^{p} = C_{s}^{p}\, Y^{sk}\, C_{k}^{q}\, (V_{q}^{\nabla} + v_{q}^{\nabla}) \tag{16}$$

где $V_{p}^{\nabla} = A_{p}^{k} V_{k}, v_{p}^{\nabla} = A_{p}^{k} v_{k}$;

$l_{\nabla}^{p} = C_{s}^{p}\ l^{s}, g_{\nabla}^{p} = C_{s}^{p} g^{s}$;

$Y^{sk} = (T_{sk})^{-1}$

$k, s, p, q = 1, \dots N$.

На втором этапе воспользуемся разложением уравнений на два не пересекающихся множества, определяемых семантикой вектора:

$$l_{\nabla}^{p} = (l_{\nabla}^{x}, l_{\nabla}^{j})$$

где l_{∇}^{x} - независимые потоковые координаты;

l_{∇}^{j} - потоковые координаты, которые в силу уравнений (14) будут равны нулю;

$x = 1, \dots, n; j = n+1, \dots, N$.

Тогда уравнения (15) и (16) можно переписать следующим образом:

$$\begin{cases} A_{x}^{k} T_{ks} A_{m}^{s} (l_{\nabla}^{m} + g_{\nabla}^{m}) + A_{x}^{k} T_{ks} A_{j}^{s} (l_{\nabla}^{j} + g_{\nabla}^{j}) = V_{x}^{\nabla} + v_{x}^{\nabla} \\ A_{h}^{k} T_{ks} A_{m}^{s} (l_{\nabla}^{m} + g_{\nabla}^{m}) + A_{x}^{k} T_{ks} A_{h}^{s} (l_{\nabla}^{j} + g_{\nabla}^{j}) = V_{h}^{\nabla} + v_{h}^{\nabla} \end{cases} \tag{15a}$$

$$\begin{cases} l_{\nabla}^{x} + g_{\nabla}^{x} = C_{s}^{x} Y^{sk} C_{k}^{m} (V_{m}^{\nabla} + v_{m}^{\nabla}) + C_{s}^{x} Y^{sk} C_{k}^{c} (V_{c}^{\nabla} + v_{c}^{\nabla}) \\ l_{\nabla}^{h} + g_{\nabla}^{h} = C_{s}^{h} Y^{sk} C_{k}^{m} (V_{m}^{\nabla} + v_{m}^{\nabla}) + C_{s}^{h} Y^{sk} C_{k}^{c} (V_{j}^{\nabla} + v_{j}^{\nabla}) \end{cases} \tag{16a}$$

где $l_{\nabla}^{x} = C_{s}^{x}\ l^{s}; g_{\nabla}^{x} = C_{s}^{x}\ g^{s}$;

$l_{\nabla}^{h} = C_{s}^{h}\ l^{s}; g_{\nabla}^{h} = C_{s}^{h} g^{s}$;

$V_{x}^{\nabla} = A_{x}^{k} V_{k}$; $v_{x}^{\nabla} = A_{x}^{k} v_{k}$;

$x, m = 1, \dots, n;\ h, j = n+1, \dots, N$.

Уравнения (15а) можно записать в более привычной форме, если ввести обозначения:

$$\begin{matrix} A_{x}^{k} T_{ks} A_{m}^{s} = g_{xm}; & A_{x}^{k} T_{ks} A_{j}^{s} = g_{xj} \\ A_{h}^{k} T_{ks} A_{m}^{s} = g_{hm}; & A_{h}^{k} T_{ks} A_{j}^{s} = g_{hj} \end{matrix} \tag{17}$$

Соотношения (17) представляют собой элементы разложения метрического тензора по осям ξ, μ, χ, h. Тогда уравнения (15а) примут вид:

$$\begin{cases} g_{xm} (l_{\nabla}^{m} + g_{\nabla}^{m}) + g_{xc} (l_{\nabla}^{c} + g_{\nabla}^{c}) = V_{x}^{\nabla} + v_{x}^{\nabla} \\ g_{hm} (l_{\nabla}^{m} + g_{\nabla}^{m}) + g_{hc} (l_{\nabla}^{c} + g_{\nabla}^{c}) = V_{h}^{\nabla} + v_{h}^{\nabla} \end{cases} \tag{18}$$

Уравнения (18) представляют собой ковариантную форму модели ИКС в новой системе координат.

Аналогично уравнения (16а) можно представить в виде:

$$\begin{cases} l_{\nabla}^{x} + g_{\nabla}^{x} = g^{xm} (V_{m}^{\nabla} + v_{m}^{\nabla}) + g^{xj} (V_{j}^{\nabla} + v_{j}^{\nabla}) \\ l_{\nabla}^{h} + g_{\nabla}^{h} = g^{hm} (V_{m}^{\nabla} + v_{m}^{\nabla}) + g^{hj} (V_{j}^{\nabla} + v_{j}^{\nabla}) \end{cases} \tag{19}$$

где $g^{xm} = C_{s}^{x} Y^{sk} C_{k}^{m}$; $g^{xj} = C_{s}^{x} Y^{sk} C_{k}^{j}$;

$g^{hm} = C_s^h Y^{sk} C_k^m$; $g^{hj} = C_s^h Y^{sk} C_k^j$;

$x, m = 1, \ldots, n; h, j = n+1, \ldots, N.$

Уравнения (19) представляют собой контравариантную форму модели ИКС.

Однако в уравнения (18) и (19) не отражены уравнения связи (14), являющиеся дополнительными к уравнениям модели. Введение связей $f^j\ (l^s) = l_\nabla^j = 0$ приводит к тому, что v_x^∇ становится также равным нулю [2]. Действительно:

$$v_k = \Delta_c \frac{\partial f^c}{\partial l^k} = \Delta_c\, C_k^c \tag{20}$$

где Δ_c - множители Лагранжа.

Поэтому, используя введенное в (16) преобразование $v_p^\nabla = A_p^k v_k$, можно определить:

$$v_x^\nabla = A_x^k v_k = A_x^k \Delta_j\, C_k^j = 0 \tag{21}$$

поскольку $A_x^k\, C_k^j = 0$ из условия ортогональности.

Уравнение (21) представляет собой аналог второго закона Кирхгофа, который индуцируется введенными уравнениями связей. Аналоги первого и второго законов Кирхгофа не являются независимыми по отношению к модели ИКС. Введение связей в соответствии с аналогом первого закона Кирхгофа порождает такую структуру пространства $ИКС^N$, в которой действуют оба закона как дополнительные друг к другу. С учетом уравнения (21) модель ИКС из потоковых элементов может быть представлена в следующем виде [2]:

$$g_{xm}\,(l_\nabla^m + g_\nabla^m) = V_x^\nabla \tag{22}$$

$$g_{jm}\,(l_\nabla^m + g_\nabla^m) = V_j^\nabla + v_j^\nabla \tag{23}$$

где $x, m = 1, \ldots, n;\ j = n+1, \ldots, N.$

Уравнения (22) позволяют определить n независимых контурных потоков l_∇^m, которые с помощью уравнений (23) позволяют рассчитать для $(N-n)$ УН $(N-n)$ объемов накопленных информационных пакетов v_j^∇, $j = n+1, \ldots, N$. Посредством уравнений обратного преобразования контравариантных и ковариантных векторов можно определить значения l^k и v_k для каждого элемента ИКС:

$$\begin{cases} l^k = A_x^k\, l_\nabla^x \\ v_k = C_k^j\, v_j^\nabla \end{cases} \tag{24}$$

Уравнения (22) и (23) не единственные, которые можно использовать для определения l_∇^x и v_j^∇. Из контравариантных уравнений представления ИКС (18), используя уравнения связи потоковых переменных (14) и следствия данных связей в виде реакций связей (20) можно получить следующую систему уравнений:

$$l_\nabla^x + g_\nabla^x = g^{xm} V_m^\nabla + g^{xj} (V_j^\nabla + v_j^\nabla) \tag{25}$$

$$g_\nabla^h = g^{hm} V_m^\nabla + g^{hj} (V_j^\nabla + v_j^\nabla) \tag{26}$$

где $x, m = 1, ..., n; h, j = n+1, ..., N.$

Из системы уравнений (23) можно определить компоненты v_j^∇, подставив их в уравнения (25), получить значения компонент потоковых переменных l_∇^x.

При анализе инвариантных уравнений *ИКС*, представляемых в ковариантной (18) и контравариантной (19) формах, можно увидеть возможность двойственного рассуждения. Если в качестве базовых элементов *ИКС* рассматривать не потоковый, а узловой или потенциальный элемент, то его состояние будет определяться не потоковой переменной l^k, а потенциальной переменной v_k. Данный потенциальный элемент получается из потокового элемента путем разрывания контура, по которому течет информационный поток. Эта переменная редуцируется в нуль, а вместо нее появляется переменная v_k как реакция на введенную связь $l^k = 0$. Параметризуя пространство *ИКС*^{N} потенциальными переменными v_k, мы должны были бы рассматривать связи $f^x(v_k) = 0$ (аналог второго закона Кирхгофа), которые в новой системе координат $v_p^\nabla = A_p^k v_k$ имели бы вид $v_x^\nabla = A_x^k v_k = 0$.

Введение данных связей топологически и физически означает появление $x = 1, ..., n$ замкнутых контуров. Реакцией на введение связей является появление l_∇^x контурных потоков и $j = n+1, ..., N$ уравнений связи $l_\nabla^j = C_k^j l^k$ для контурных переменных.

Весь метод рассуждения и построения *ИКС* из моделей базовых потенциальных (узловых) элементов сохранится, если потоковые элементы заменить двойственными величинами:

$$V_k \to g^k;\ l^k \to v_k;\ T_{ks} \to Y^{ks};\ C_s^p \to A_p^s \tag{27}$$

Конечным результатом рассуждений и требуемых построений все равно будут уравнения (18) и (19), затем (22), (23) и (25), (26). Мы не будем приводить повторно этапы рассуждений и построений модели *ИКС* из узловых элементов, доказывающие инвариантный характер уравнений (18) и (19) относительно «контурного» и «узлового» методов рассуждения. Таким образом, в инвариантных уравнениях (18) и (19) объединяются:

- во-первых, два метода рассуждения и анализа ИКС – контурный и узловой (под такими названиями они используются в теории электрических цепей);
- во-вторых, контурный и узловой методы в наших рассуждениях всегда будут содержать дополнительные уравнения, позволяющие определять реакции на вводимые связи;
- в-третьих, в уравнениях отражается двойственный характер связей, накладываемых на элементы *ИКС* в зависимости от способа параметризации. Если вводятся связи на потоковые переменные $l_{\nabla}^{j}=0$ что эквивалентно разрыванию замкнутых контуров и образованию $(N-n)$ − пар узлов $v_j^{\nabla}\neq 0,\ j=n+1,\ldots,N$, возникающих в подпространстве H^{N-n}, ортогональном подпространству M^N, то координаты $v_j^{\nabla}\neq 0$ – не что иное, как реакция на введенные связи $l_{\nabla}^{j}=0$. Однако, поскольку $v_j^{\nabla}\in H^{N-n}$, то $v_x^{\nabla}=0$. Это следует и из законов преобразования векторов l_{∇}^{p} и $v_p^{\nabla}, p=1,\ldots,N$; они ортогональны друг к другу. Поэтому, если вводятся связи на потенциальные переменные $v_x^{\nabla}=0$, то как реакция на появление данной связи появляются потоковые переменные $l_{\nabla}^{x}\ ,x=1,\ldots,n$, в n замкнутых контурах.
- в-четвертых, наряду со способами возбуждения *ИКС*, связанными с источниками УН V_p^{∇} и внешними источниками информационного потока g_{∇}^{p} , мы можем здесь наблюдать конструктивные процессы, которые изменяют уравнения (18) и (19) в связи с разрыванием контуров, и, вследствие этого, образованием такого же количества пар узлов, а также процессов, происходящих в связи с замыканием узловых пар, и соответствующим образованием такого же числа контуров.

В данной работе рассмотрен метод анализа параметров сложных сетей, используя методологию инвариантов и преобразований примитивной сети в модель инфокоммуникационной сети, имеющей заданную структуру связей.

Литература

1. Андерсон, Д. Дискретная математика и комбинаторика: пер. с англ/Д.Андерсон. – М.: Вильямс, 2003. – 960 с.
2. Кутергин, В.А. Искусственные объекты и конструкционные процессы/В.А.Кутергин. – Ижевск: УрО РАН ИПМ, 2007. – 551 с.
3. Ломовицкий, В.В. Основы построения систем и сетей передачи информации/В.В.Ломовицкий, А.И.Михайлов. – М.: Горячая линия, 2005. – 384 с.
4. Пасечников, И.И. Методология анализа и синтеза предельно нагруженных информационных

сетей/И.И.Пасечников. – М.: Машиностроение-1, 2004. – 146 с.

5. Петров, А. Е. Тензорная методология в теории систем/А.Е.Петров. – М: Радио и связь, 1985. – 152 с.
6. Петров, А.Е. Тензорный метод двойственных сетей/А.Е.Петров. – М.: ЦИТвП, 2007. – 496 с.
7. Петров, А.Е. Тензорный метод двойственных сетей//Сборник трудов научно-технической конференции с международным участием «Технологии информатизации профессиональной деятельности – 2004». – Ижевск, 2005. – с. 109-128.
8. Швартц, М. Сети связи: протоколы, моделирование и анализ: часть I/М.Шварц. – М.: Наука, 1992. – 336 с.