Электронное научное издание «Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление»
www.rypravlenie.ru **том 9 № 3 (20), 2013, ст. 4**

УДК 519.179.2:004.94

ПОТОКИ В КВАЗИКЛЕТОЧНЫХ СЕТЯХ

Антон Олегович Аристов, кандидат технических наук, доцент кафедры «Системы автоматизированного проектирования» Московского государственного горного университета.

Аннотация

Рассмотрены вопросы моделирования потоков в квазиклеточных сетях, оценка величин потоков тесно связана с измерением параметров циркуляции. Предложены зависимости параметров для обработки результатов компьютерного эксперимента по работе квазиклеточных сетей. Рассматриваются величины потоков, математическое ожидание и дисперсия. В рамках одной дискретной структуры моделируются потоки на микро- и макро-уровне.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: квазиклеточная сеть, дискретная структура, сеть, поток, потоки в сетях, величина потока, математическое ожидание, дисперсия.

FLOWS IN QUASI-CELLULAR NETWORKS

Anton Olegovich Aristov, candidate of technical sciences (in computer science), docent at “Computer-Aided Designing” Department of Moscow state university of mining.

Abstract

The article presents flow simulation based on quasi-cellular nets; this simulation is based on mathematical models for processing data of computer modeling results. It may calculate flow value, average flow and dispersion. It also may create micro- and macro-models based on one quasi-cellular net structure.

KEYWORDS: quasi-cellular net, discrete structure, net, flow, flows in networks, flow value, average flow, dispersion.

В работах автора [1, 2, 3] рассмотрены вопросы проектирования и применения квазиклеточных сетей (рис. 1). Квазиклеточные сети представляют собой особый тип дискретных структур, не имеющих сигнатуру. Квазиклеточные сети позволяют моделировать динамические системы на различных уровнях. Следует отметить, что микро- и макро-моделирование в квазиклеточных сетях реализуется в рамках одной фундаментальной дискретной структуры [1].

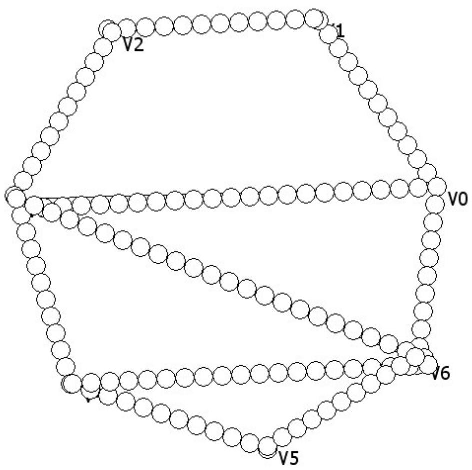

Рис. 1. Квазиклеточная сеть.

Статический аспект квазиклеточных сетей описан в работах, посвящённых синтезу структуры. Немаловажным вопросом при рассмотрении динамических аспектов является оценка циркуляции и функционирования квазиклеточных сетей и нахождение значений соответствующих величин. Для последующего рассмотрения и оценки квазиклеточных сетей следует установить понятие потока в квазиклеточной сети. В различных предметных интерпретациях [3] поток представляет собой совокупность движущихся объектов, находящихся во взаимодействии. При этом движение потока можно описать через поведение его отдельных элементов [4, 5]. Среди примеров потока можно рассматривать движение жидкостей или газов в трубопроводах, водопроводных, канализационных сетях, движение транспортных средств на автомобильных дорогах, движение пассажиров в транспортных системах, товарно-денежные отношения и др. Во всех приведённых ситуациях предполагается наличие некоторой единицы потока. В случае транспортных потоков такой единицей является транспортное средство, в потоках жидкостей или газов единицей является молекула и т. д. [5, 6, 7 и др.] Кроме того, поток рассматривается как единый объект, тем не менее, состоящий из более мелких объектов, которые рассматриваются как сами по себе, так и во взаимодействии. Таким образом, поток полностью отвечает принципам системного подхода и концепции сложных систем, в частности обладает свойствами целостности и членимости. Многие явления, характерные для потоков в целом, часто сводят к рассмотрению поведения отдельных объектов, из которых состоит поток. Например, давление газа в сосуде объясняется ударами отдельных частиц этого газа об стенки сосуда [7].

Особое внимание следует уделить вопросам моделирования потоков. Согласно принципам декомпозиции, на микро-уровне моделирование потока сводится к моделированию отдельных объектов, из которых состоит поток [4, 5]. Также стоит отметить, что в ряде работ [6, 8 и др.] поток рассматривается как объект. На макро-уровне моделирование потоков в сетях рассматривается как элемент теории графов. Поток рассматривается как некоторая величина, определяемая для ребра или вершины графа [3, 9]. Учитывая очевидные сходства квазиклеточных сетей с приведёнными подходами к моделированию потоков в сетях, а также связь квазиклеточных сетей с другими дискретными структурами на этапе синтеза, особое внимание следует уделить вопросам моделирования и оценки потоков в квазиклеточных сетях.

Учитывая, что квазиклеточная сеть состоит из элементов вида:

$$Q_i = \left(B_i, C_i, S_i\right), \tag{1}$$

где B_i — неизменные (базовые) параметры клетки (от англ. basic), C_i — параметры клетки, изменяющиеся при прохождении фишек через клетку (от англ. changeable), S_i — параметры фишки как микрообъекта, находящегося в клетке, т. е. переменные состояния (фазовые переменные) клетки (от англ. state); следует в качестве потока в квазиклеточной сети рассматривать множество векторов ($C_1, C_2, \ldots, S_1, S_2, \ldots$) значений C_i и S_i, циркулирующих в квазиклеточной сети. В работах [3, 8, 9, 10] отмечается, что поток является как характеристикой отдельных элементов графа, так и характеристикой сети в целом. Выше рассмотрены вопросы измерений параметров циркуляции в квазиклеточных сетях. Измерения величин проводятся на некотором участке квазиклеточной сети:

$$\begin{cases} Q^{(m)} \subset Q \\ Q_i \in Q^{(m)} \\ Q_i = \left(B_i, C_i, S_i\right) \end{cases} \tag{2}$$

Рассматривая квазиклеточную сеть, синтезируемую методом базового графа $G = (V, U)$, для каждой клетки $Q_i = (B_i, C_i, S_i)$ можно однозначно установить базовое ребро:

$$Q_i \in U_k\,, \tag{3}$$

тогда поток на каждом ребре U_k можно свести к измерению параметров циркуляции во всех клетках, для которых указанное ребро является базовым. Рассмотрим множество клеток на ребре:

$$\begin{cases} Q^{(k)} = \left(Q_1^{(k)}, Q_2^{(k)}, Q_3^{(k)}, \ldots\right) \\ Q_i^{(k)} = \left(x_i^{(k)}, y_i^{(k)}, C_i^{(k)}, S_i^{(k)}, \ldots\right) \\ Q_i^{(k)} \in U_k \\ \sqrt{\left(x_i^{(k)} - x_{i-1}^{(k)}\right)^2 + \left(y_i^{(k)} - y_{i-1}^{(k)}\right)^2} \le 4R^2 \end{cases}. \tag{4}$$

С течением модельного времени для клетки $Q_i^{(k)}$ меняются значения компонент векторов $C_i^{(k)} = (C_{i1}^{(k)}, C_{i2}^{(k)}, \ldots)$ и $S_i^{(k)} = (S_{i1}^{(k)}, S_{i2}^{(k)}, \ldots)$, т. е. фактически речь идёт о функциях $C_{ij}^{(k)}(t_m)$ и $S_{ij}^{(k)}(t_m)$, задаваемых численно и определяемых при циркуляции в квазиклеточной сети. Тогда величина потока определяется исходя из указанных функций способами, рассмотренными ранее при работе с измерительными участками квазиклеточных сетей. Тогда за время моделирования T_m через клетку проходит поток, величина которого:

$$\xi^{(C_{ij})}\left(T_m\right) = \sum_{t_m=0}^{T_m} C_{ij}^{(k)}\left(t_m\right) \tag{5}$$

$$\xi^{(S_{ij})}\left(T_m\right) = \sum_{t_m=0}^{T_m} S_{ij}^{(k)}\left(t_m\right) \tag{6}$$

Стоит отметить, что соотношения (5-6) имеют вид дискретных сумм, поскольку время в квазиклеточных сетях дискретно. Однако при рассмотрении непрерывного времени, указанные соотношения приняли бы вид определённых интегралов по времени.

Для оценки потока на ребре U_k следует просуммировать потоки по всем клеткам, для которых требуемое ребро является базовым, т. е. при выполнении условия (4) потоки на ребре за время вычисляются по формулам:

$$\xi_{U_k}^{(C_{ij})}(T_m) = \sum_{Q_i \in U_k} \xi^{(C_{ij})}(T_m) = \sum_{Q_i \in U_k} \sum_{t_m=0}^{T_m} C_{ij}^{(k)}(t_m) \quad (7)$$

$$\xi_{U_k}^{(S_{ij})}(T_m) = \sum_{Q_i \in U_k} \xi^{(S_{ij})}(T_m) = \sum_{Q_i \in U_k} \sum_{t_m=0}^{T_m} S_{ij}^{(k)}(t_m) \quad (8)$$

Предложенные оценки величин потоков основаны на рассмотренных ранее измерений параметров в квазиклеточных сетях. Однако ранее рассмотрены оценки для произвольных участков квазиклеточных сетей, а предложенные соотношения (5-8) позволяют оценить потоки для отдельных рёбер. Рассмотренные соотношения позволяют моделировать потоки в сетях на микро- и макро-уровне, в отличие от теоретико-графовых моделей, описанных в работах [3, 9], предполагающих потоки как макропараметры рёбер графа. Однако ранее рассматривалась идея преобразования графа в квазиклеточную сеть. Указанное преобразование позволяет решить проблему моделирования динамики и перехода от макро-уровня в теории потоков в сетях к микро-уровню.

Также следует отметить, что при измерении в квазиклеточных сетях также рассматривались средние величины:

$$M\left[\xi_{U_k}^{(C_{ij})}(T_m)\right] = \frac{\sum_{Q_i \in U_k} \xi^{(C_{ij})}(T_m)}{T_m} = \frac{\sum_{Q_i \in U_k} \sum_{t_m=0}^{T_m} C_{ij}^{(k)}(t_m)}{T_m} \quad (9)$$

$$M\left[\xi_{U_k}^{(S_{ij})}(T_m)\right] = \frac{\sum_{Q_i \in U_k} \xi^{(S_{ij})}(T_m)}{T_m} = \frac{\sum_{Q_i \in U_k} \sum_{t_m=0}^{T_m} S_{ij}^{(k)}(t_m)}{T_m} \quad (10)$$

Следует отметить, что соотношения (9-10) используются для оценки математического ожидания при проведении компьютерного модельного эксперимента и получении случайных величин на ЭВМ [11]. Тогда величины дисперсии:

$$D\left[\xi^{(C_{ij})}\right] = M\left[\left(\xi^{(C_{ij})}\right)^2\right] - M^2\left[\left(\xi^{(C_{ij})}\right)^2\right] = \frac{\sum_{Q_i \in U_k} \sum_{t_m=0}^{T_m} \left(C_{ij}^{(k)}(t_m)\right)^2}{T_m} - \frac{\left(\sum_{Q_i \in U_k} \sum_{t_m=0}^{T_m} C_{ij}^{(k)}(t_m)\right)^2}{T_m^2} \quad (11)$$

$$D\left[\xi^{(S_{ij})}\right] = M\left[\left(\xi^{(S_{ij})}\right)^2\right] - M^2\left[\left(\xi^{(S_{ij})}\right)^2\right] = \frac{\sum_{Q_i \in U_k} \sum_{t_m=0}^{T_m} \left(S_{ij}^{(k)}(t_m)\right)^2}{T_m} - \frac{\left(\sum_{Q_i \in U_k} \sum_{t_m=0}^{T_m} S_{ij}^{(k)}(t_m)\right)^2}{T_m^2} \quad (12)$$

Таким образом, измерения в квазиклеточных сетях позволяют оценить динамические характеристики потоков в сетях. Следует отметить, что рассмотренные оценки относятся к квазиклеточным сетям, синтезированным методом базового графа, и позволяют вычислить величины потоков на рёбрах базового графа.

Для квазиклеточных сетей, синтезированных другими методами, используются оценки, рассмотренные выше в работах автора [1, 2 и др.]. В общем случае измерения параметров в квазиклеточной сети производятся на участке $Q^{(m)}$:

$$\begin{cases} Q^{(m)} \subset Q \\ Q_i \in Q^{(m)} \\ Q_i = (B_i, C_i, S_i) \end{cases} \tag{13}$$

В частном случае:

$$Q^{(m)} \cap Q = Q = Q^{(m)} \tag{14}$$

рассмотренные измеряемые величины позволяют оценить поток через сеть. Тогда потоки через квазиклеточную сеть за время T_m вычисляются по формулам:

$$\xi_Q^{(C_{ij})}(T_m) = \sum_{Q_i} \xi^{(C_{ij})}(T_m) = \sum_{Q_i} \sum_{t_m=0}^{T_m} C_{ij}^{(k)}(t_m) \tag{15}$$

$$\xi_Q^{(S_{ij})}(T_m) = \sum_{Q_i} \xi^{(S_{ij})}(T_m) = \sum_{Q_i} \sum_{t_m=0}^{T_m} S_{ij}^{(k)}(t_m) \tag{16}$$

Нетрудно видеть, что соотношения (15-16) отличаются соответственно от (9-10) тем, что суммирование производится по всей квазиклеточной сети, а не по клеткам с одинаковым базовым ребром U_k. Тогда оценки математического ожидания и дисперсии величин потоков для всей квазиклеточной сети примут вид:

$$M\left[\xi_Q^{(C_{ij})}(T_m)\right] = \frac{\sum_{Q_i} \xi^{(C_{ij})}(T_m)}{T_m} = \frac{\sum_{Q_i} \sum_{t_m=0}^{T_m} C_{ij}^{(k)}(t_m)}{T_m} \tag{17}$$

$$M\left[\xi_Q^{(S_{ij})}(T_m)\right] = \frac{\sum_{Q_i} \xi^{(S_{ij})}(T_m)}{T_m} = \frac{\sum_{Q_i} \sum_{t_m=0}^{T_m} S_{ij}^{(k)}(t_m)}{T_m} \tag{18}$$

$$D\left[\xi_Q^{(C_{ij})}\right] = M\left[\left(\xi_Q^{(C_{ij})}\right)^2\right] - M^2\left[\xi_Q^{(C_{ij})}\right] = \frac{\sum_{Q_i} \sum_{t_m=0}^{T_m} \left(C_{ij}^{(k)}(t_m)\right)^2}{T_m} - \frac{\left(\sum_{Q_i} \sum_{t_m=0}^{T_m} C_{ij}^{(k)}(t_m)\right)^2}{T_m^2} \tag{19}$$

$$D\left[\xi_Q^{(S_{ij})}\right] = M\left[\left(\xi_Q^{(S_{ij})}\right)^2\right] - M^2\left[\xi_Q^{(S_{ij})}\right] = \frac{\sum_{Q_i} \sum_{t_m=0}^{T_m} \left(S_{ij}^{(k)}(t_m)\right)^2}{T_m} - \frac{\left(\sum_{Q_i} \sum_{t_m=0}^{T_m} S_{ij}^{(k)}(t_m)\right)^2}{T_m^2} \tag{20}$$

Важной особенностью алгоритмов теории потоков в сетях, рассмотренных в работах [3, 9] является наличие в сети стока и истока, а также тот факт, что сеть является взвешенным и ориентированным графом. Фактически, рассматриваемые в этих работах графы преобразуются в квазиклеточные сети с микро-циркуляцией [2]. Несмотря на это, рассмотренные выше оценки потоков не зависят от классификации квазиклеточных сетей по типу циркуляции и позволяют оценивать потоки в квазиклеточных сетях на основе компьютерного моделирования.

Таким образом, квазиклеточные сети обеспечивают моделирование потоков при различных предметных интерпретациях. Следует также отметить возможности моделирования потоков на микро- и макро-уровне в рамках одной дискретной структуры. Приведённые выше зависимости предназначены для реализации компьютерного моделирования потоков и оценки результатов работы компьютерных моделей.

Литература

1. Аристов А.О. Квазиклеточные сети. Синтез и циркуляция. // Горный информационно-аналитический бюллетень, №2, 2013. — с. 16–131.
2. Аристов А.О. Теория квазиклеточных сетей и её приложения. / Всероссийская выставка Научно-технического творчества молодёжи. II Международная научно-практическая конференция «Научно-техническое творчество молодёжи — путь к обществу, основанному на знаниях» сборник научных докладов / Мос. гос. строит. ун-т. — М.: МГСУ, 2013. — с. 230–234.
3. Горбатов В.А. Фундаментальные основы дискретной математики. — М.: Физматлит, 1999. — 544 с.
4. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем — искусство и наука. — М.: Мир, 1978. — 420 с.
5. Компьютерные системы поддержки принятия решений: учебное пособие. / Аристов А.О., Моргачёв К.В., Рябов Л.П., Суворов А.В., Фёдоров А.М. — М: МГГУ, 2012. — 172 с.
6. Ахмадинуров М.М. Обзор методов моделирования транспортной сети. // Транспорт Урала, №3, 2009. — с. 39–44.
7. Ландсберг Г.С. Элементарный учебник физики. Том 1. — М.: АОЗТ «Шрайк», 1995. — 607 с.
8. Бадалян А.М., Ерёмин В.М. Компьютерное моделирование конфликтных ситуаций для оценки уровня безопасности движения на двухполосных автомобильных дорогах. — М.: ИКФ «Каталог», 2007. — 240 с.
9. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. — М.: Мир, 1978. — 432 с.
10. Осиновская В.А. Транспортный поток как динамическая характеристика воздействия на автомобильную дорогу. // Вестник Саратовского государственного технического университета, том 3 №1, 2006. — с. 160–163.
11. Фёдоров Н.В. Имитационное и математическое моделирование сложных систем: учебное пособие. — М: МГГУ, 2008. — 240 с.