

УДК 338.26.015:658.5

ОПЫТ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕНЗОРНОГО МЕТОДА В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММАХ УНИВЕРСИТЕТА «ДУБНА» ПО НАПРАВЛЕНИЮ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА, УПРАВЛЕНИЯ И УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ

Петров Андрей Евгеньевич, доктор технических наук, профессор кафедры устойчивого инновационного развития Государственного университета «Дубна», профессор кафедры автоматизированного проектирования и дизайна ФГБОУ высшего образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

Большаков Борис Евгеньевич, доктор технических наук, профессор, академик РАЕН, заведующий кафедрой устойчивого инновационного развития ГБОУ ВО МО «Университет «Дубна», со-руководитель Международной научной школы устойчивого развития им. П.Г. Кузнецова

Шамаева Екатерина Фёдоровна, кандидат технических наук, доцент кафедры устойчивого инновационного развития ГБОУ ВО МО «Университет «Дубна», член Международной научной школы устойчивого развития им. П.Г. Кузнецова

Аннотация

В статье представлен опыт преподавания тензорного метода исследования технических и экономических систем с переменной структурой. Цель статьи – представить историю, состояние и развитие преподавания тензорного метода в теории систем. Проблема состоит в том, что студенты должны освоить большой объем нового знания.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: преподавание, тензорный метод, двойственность, сетевые модели, инварианты, экономические и технические системы.

EXPERIENCE IN TEACHING OF TENSOR METHOD IN EDUCATIONAL PROGRAMS “DUBNA” UNIVERSITY IN SYSTEMS ANALYSIS, MANAGEMENT AND SUSTAINABLE DEVELOPMENT

Petrov Andrey Eugenievitch, Doctor of Technical Sciences, Professor of department of sustainable innovative development of the State university "Dubna", Professor, Department of computer-aided design and design of The National University of Science and Technology "MISiS"

Bolshakov Boris Evgenievich, Doctor of Technical Sciences, professor, full member of RANS, head of Sustainable Innovative Development Department of "Dubna" University, co-head of International Scientific School of Sustainable Development n.a. P.G. Kuznetsov

Shamaeva Ekaterina Fiodorovna, Candidate of Technical Sciences, docent of Sustainable Innovative Development Department of "Dubna" University, member of International scientific school of sustainable development n.a. P.G. Kuznetsov

Abstract

The article presents the experience of teaching tensor method of technical and economic systems with variable structure. The purpose of the article is to present the history, status and development of teaching of tensor method in systems theory. The problem is that students must master a large amount of new knowledge.

KEYWORDS: teaching, tensor method, duality, network models, invariants, economic and technical systems.

Актуальность работы

Устойчивое инновационное развитие страны требует подготовки кадров, которые обладают фундаментальными и практическими знаниями, навыками, умениями управления социальными и экономическими системами. Для формирования у обучаемых представлений о поведении социальных и экономических систем фундаментальную роль играет математическая подготовка, направленная на моделирование процессов и структуры. Это обеспечивает наглядное представление потоков продуктов, денежных средств, информации при проведении структурных реформ, принятии решений в условиях высокой динамики современного мира, изменении и развитии техники, технологий, методов управления.

Тензорный метод представляет собой подход, основанный на измеримых величинах, что существенно для оценки поведения социальных и экономических систем. Тензор характеризуют параметры, каждый из которых представлен компонентами в заданной системе координат. При переходе к другой системе координат компоненты тензора преобразуются по линейному закону. Если тензор ноль в одной системе координат, то никакими преобразованиями его нельзя превратить в нечто, отличное от нуля. Если тензор не есть ноль в одной системе координат, то никакими преобразованиями его нельзя превратить в ноль. Таким образом, не рассматриваются некие «миражи», которые исчезают при изменении точки зрения. При этом реальные объекты не исчезают при изменении точки зрения, системы координат.

В этом не только теоретическая и практическая, но и методологическая ценность тензора как понятия и тензорного подхода в целом. Особенно это важно для преподавания теоретических и методологических основ устойчивого инновационного развития студентам.

Обзор научной литературы

Понятие тензора используется в математике и физике с XIX века как «абсолютное исчисление», систематически изложенное Г.Риччи и Т.Леви-Чивитой¹. Термин «тензор» ввел В.Фойгт в 1898 г., хотя некоторые считали, что его ввел А.Эйнштейн². В геометрии и физике размерность пространства не меняется при изменении системы координат.

В 30-тых гг. Г.Крон применил понятие тензора в технике для, создания общей теории электрических машин, каждый тип которых до этого имел свою теорию. Поскольку все машины реализуют электромеханическое преобразование энергии, то Крон предложил рассматривать их как проекции обобщенной машины в разные системы координат,

¹ Ricci G., Levi-Civita T., "Math. Ann.", 1901, Bd 54, s. – pp. 125–201.

² Einschtein A. – Annalen der Physic. – 4-я серия, т. 49, 1916, с. 769.

определяемые числом и способом соединения элементов³. Работу машины в стационарном режиме, переходном режиме и режиме качаний описывает одно уравнение типа закона Ома, но сопротивление представляет метрический тензор в декартовом пространстве, римановом, и тензор Римана-Кристоффеля в пространстве с кручением, соответственно⁴. Переход от одной машины к другой описывают матрицы соединения, или матрицы изменения структуры. Тензорный метод в применении к цепям показал, что при изменении структуры меняется размерность пространства⁵. Токи, созданные источниками напряжения, протекают в контурах. Напряжения, созданные источниками тока, возникают на парах узлов, определяющих открытые пути. Подпространства замкнутых и открытых путей ортогональны друг другу, вместе определяют пространство сети. При размыкании контура образуется открытый путь, и наоборот. Соответствующие подпространства меняют размерность при изменении структуры.

Теория электрических машин Крона признана классической⁶. Крон обобщил тензорный метод на сети из многомерных элементов, полагая, что сеть из ветвей создает вокруг себя сеть из гиперплоскостей, например, эквипотенциальные поверхности сети напряжений [1]. Опубликованы данные, что многомерная сеть при возбуждении электромагнитными волнами показывает свойства самоорганизации [2]. Эти результаты интересны, но их не удалось повторить. Значительные объемы необходимых знаний создают трудности для преподавания тензорного метода.

Тензорный метод применен построения сетевых моделей других предметных областей с использованием аналогий процессов и структуры⁷. Метод, названный диакоптика, применяется для расчета сложных систем по частям [3], что позволяет снизить объемы вычислений, например, при расчете энергосистем⁸, сетей транспьютеров⁹, межотраслевого баланса¹⁰, в других областях [4, 6, 7].

Тензорный анализ сетей критиковали, поскольку Крон постулировал постоянство рассеиваемой мощности в цепи при изменении структуры для получения тензорной

³ Kron G. Generalized theory of electrical machinery. – AIEE Trans., 1930, v. 49, Apr., p. 666–683.

⁴ Kron G. Non-Riemannian dynamics of rotating electrical machinery. //J. Math. Phys., 1934, v.13, № 2, p. 103–194.

⁵ Крон Г. Тензорный анализ сетей: Пер. с англ. /Под ред. Л.Т. Кузина, П.Г. Кузнецова. М.: Сов. Радио, 1978. – 720 с.

⁶ Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. Учеб. Для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2001. – 327 с.: ил.

⁷ Крон Г. Исследование сложных систем по частям (диакоптика). М.: Наука, 1972. – 544 с.

⁸ Нарт Н.Н. Piecewise Methods and Applications to Power Systems. – N. Y., Wiley, 1980. – 405 p.

⁹ Bowden K. Kron's Method of Tearing on the Transputer. (Supplementary Report)//The SERC/DTI Initiative in the Engineering Applications of Transputers. – v. VII, October 1989.

¹⁰ Петров А.Е. Тензорная методология в теории систем. – М.: Радио и связь, 1985. – 152 с. / [Предисл. В.А. Веникова]. – М.: Радио и связь, 1985. – 152 с. — (Кибернетика).

формулы преобразования напряжения. Однако при соединении и разъединении ветвей мощность в цепи меняется, поскольку меняется число замкнутых и разомкнутых путей. Матрицы соединения прямоугольные и не образуют группу, однако метод дает правильные результаты. При использовании полной (ортогональной) матрицы соединений Крона, мощность постоянная, но отклики не соответствуют законам Кирхгофа. Получается диалектическое противоречие, которое разрешилось «в другой плоскости», вне одной сети. Оказалось, что постоянна сумма мощности, рассеиваемой в двух двойственных цепях при изменении соединений⁸. По физической сути это закон сохранения потока энергии. Более того, сумма метрических тензоров двух двойственных сетей постоянна⁹, т.е. этот закон имеет математическую природу, что позволило, в частности, получить общий метод расчета сетей при изменении структуры (для замкнутых и открытых путей, соединения и разъединения), включая расчет сетей и сетевых моделей по частям^{11, 12}.

Созданы сетевые модели для систем процессов производства и управления технологическими объектами^{8, 9} [8], горной промышленности¹³, нефтепереработки^{14, 15} [12], производства и потребления электроэнергии [13, 14, 15], синтеза специальных систем радиоэлектроники¹⁶ [16], описания динамики асинхронного электропривода¹⁷, а также для симплекс-метода [17].

¹¹ Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей / А.Е. Петров М.: ООО «Центр информационных технологий в природопользовании», 2007. – 496 с. ил. – ISBN 5-9751-0036-4. <http://www.twirpx.com/file/742529/> / Андрей Евгеньевич Петров. Дополненное интернет издание на портале Университета «Дубна». – 612 с. Доступ: http://устойчивоеразвитие.рф/files/monographs/Petrov_Tenzorny_method.pdf, свободный, 2009.

¹² Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей для расчета сложных систем по частям. М.: МГТУ, Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал) Mining Informational and analytical bulletin (scientific and technical journal). - М.: Издательство «Горная книга». ISSN: 0236-1493. – №3, 2017. с. 168-192.

¹³ Петров А.Е. Тензорные аналогии сетевых моделей систем горной промышленности – Часть I // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал) Издательство: Горная книга (Москва) ISSN: 0236-1493. - 2014. - №8. - С. 285-291. Часть II - 2014. - №9. - С. 139-148.

¹⁴ Petrov A.E. The duality of networks for computer-aided design systems with variable structure. Mining Informational and analytical bulletin (scientific and technical journal). Reports of the XXIII International Scientific symposium «Miner's week – 2015». 26-30 января, 2015 г. Сб. науч. тр. Издательский дом МИСиС. НИТУ «МИСиС». – М.: 2015. - 21 Мб. ISBN 987-5-87623-891-7. с. 345 – 353.

¹⁵ Petrov A.E. Network models to design security systems objects oil refining. Mining Informational and analytical bulletin (scientific and technical journal). Reports of the XXIII International Scientific symposium «Miner's week – 2015». Сб. науч. тр. Издательский дом МИСиС. НИТУ «МИСиС». – М.: 2015. - 21 Мб. ISBN 987-5-87623-891-7. с. 336 – 345.

¹⁶ Павловский М.В. Модель применения тензорного анализа Крона в интересах синтеза сложных специальных систем радиоэлектронного вооружения. В сборнике: Радиолокация, Навигация, Связь XXII, международная научно-техническая конференция. 2016. С. 1523-1530.

¹⁷ Курнышев Б.С., Вилков П.В., Староверов Б.А. Тензорный метод инвариантного описания динамики асинхронного электропривода. В сборнике: Труды IX международной (XX Всероссийской) конференции по автоматизированному электроприводу АЭП-2016 2016. С. 59-62.

Тензорный метод применяется для анализа и проектирования устойчивого развития в системе природа – общество – человек^{18, 19} [18, 19]. По мере развития информационных технологий [20] возникли новые применения тензорного метода. На основе тензорной методологии построены модели информационных сетей и систем [21, 22, 23], тензорные модели сетей связи и передачи данных [24, 25, 26], сетей мобильной связи [27, 28, 29], инфокоммуникационных систем [30, 31], телекоммуникационных сетей [32]. Также рассматривается развитие теоретических основ тензорного метода [33] и его применений в транспортных системах²⁰.

Развитие технологий определяет направления и приоритеты в преподавании тензорного метода [34], его роль в непрерывном образовании²¹ [35].

Методология

Тензорный метод в теории систем преподается в Университете «Дубна» с 2002 года в рамках учебных программ по устойчивому инновационному развитию. В настоящее время дисциплина называется «Тензорные и спинорные методы в задачах проектирования развития сложных систем» и преподается по направлению «Системный анализ и управление».

Отличие тензорного метода в теории систем состоит в том, что используется дискретное пространство, которое рассматривается только вдоль выделенных направлений, которые соответствуют элементам системы. Например, в электрической цепи рассматриваются только ветви – каналы распространения потока электрической энергии. Метод применяется для исследования поведения системы при изменении структуры.

Проблема преподавания и затем применения тензорного метода в практических исследованиях различных систем состоит в необходимости освоить и применять большой объем знаний. Надо иметь понятия об особенностях и применении тензоров в геометрии, где этот метод и был создан. Сюда входит алгебра матриц, группы преобразования координат, метрика и метрический тензор.

¹⁸ Большаков Б.Е. Закон природы или как работает Пространство-Время. Российская академия естественных наук, Международный университет природы, общества и человека «Дубна», 2002. – 265 с.

¹⁹ Кузнецов О.Л., Кузнецов П.Г., Большаков Б.Е. Система природа – общество – человек: Устойчивое развитие. – ГИЦ РФ ВНИИгеосистем; Международный университет природы, общества и человека «Дубна», 2000. – 392 с.

²⁰ Богданова Л.В. Дискретный тензорный анализ на железнодорожном транспорте. В сборнике: Труды международной научно-практической конференции «Перспективы развития и эффективность функционирования транспортного комплекса Юга России». В 3 частях. Ростовский государственный университет путей сообщения. 2015. С. 81-83.

²¹ Рудик Г.А. Моделирование метасистемы непрерывного обучения педагогов на современном этапе. В сборнике: Образование через всю жизнь: непрерывное образование в интересах устойчивого развития материалы 11-й международной конференции в двух частях. Составитель Н.А. Лобанов. Под научной редакцией Н.А. Лобанова и В.Н. Скворцова. 2013. С. 163-166.

Студенты должны получить представление, что замкнутые пути определяют базис путей для замкнутых систем, а разомкнутые пути определяют базис путей для открытых систем. Подпространства замкнутых и открытых путей взаимно дополняют друг друга до полного пространства, а их независимость (ортогональность) позволяют использовать эти свойства для сетевого моделирования сложных систем.

Студенты осваивают выражение путей в связанной сети через пути в свободных ветвях, и обратно; получают соответствующие матрицы преобразования C и A . Рассматривают независимость и взаимное дополнение замкнутых и разомкнутых путей, ортогональность их подпространств. Понимание инварианта двойственности основано на расчете суммы метрических тензоров структуры сетей:

$$I = {}^m C_t ({}^m C {}^m C_t)^{-1} {}^m C + {}^j A_t ({}^j A {}^j A_t)^{-1} {}^j A$$

и проверка равенства единичной матрице, представляющей метрический тензор свободных ветвей.

Тензорный метод двойственных сетей применяется для расчета электрических цепей. Проводится проверка откликов на приложенные внутренние воздействия (источники напряжения) и внешние воздействия (источники тока) по законам Кирхгофа. Проводится расчет мощности ${}^m P_0$ в простейшей сети и двух сетях с данной ${}^m P_c$ и с двойственной ${}^m \underline{P}_c$ структурой.

$${}^m P_0 = {}^m P_c + {}^m \underline{P}_c$$

Применение тензорного метода для моделирования экономических систем рассматривается на примере сетевой модели производства (межотраслевого баланса). Задан спрос вектором Y , и коэффициенты прямых затрат матрицей A . Надо рассчитать валовой выпуск отраслей, X , который обеспечивает спрос, ресурсы и поставки. В матричной форме данная задача имеет вид:

$$X = Y + A X.$$

Решение дает обратная экономическая матрица, $(I - A)$:

$$X = (I - A)^{-1} Y.$$

Можно добавить или исключить отрасли; изменить состав поставок, распределение ресурсов между отраслями.

Эти расчеты студенты выполняют в рамках курсовой работы. Наглядные примеры работы алгоритма, выполненные самими студентами, хорошо мотивируют к познанию, получению навыков расчетов на ЭВМ.

Результаты

Опыт преподавания тензорного метода в теории систем на протяжении 15 лет показал, что студенты осваивают новые понятия тензоров, матриц преобразования, двойственности, инвариантов, аналогий между системами и сетями. Это позволяет осознанно создавать сетевые модели для системного анализа, управления и устойчивого развития. Вместе с тем рассмотренные приложения тензорного метода не в полной мере используют ортогональность замкнутых и открытых путей, инвариант двойственности, закон сохранения потока энергии. Почти не упоминаются в приложениях многомерные (полиэдральные) сети как основа моделирования экономических и биологических систем (за исключением [36]). Одним из препятствий является большой объем значений, который должен освоить студент на этом пути. Необходимо больше уделить внимания приложению тензорного метода для моделирования информационных сетей и систем, учитывая развитие информационных технологий и цифровизацию экономики. Новой сферой приложения сетевых моделей станут цепочки блоков в управлении хозяйством, известные как технологии блокчейн.

Заключение

Тензорный метод расширяет познания студентов в области системного анализа, управления, исследования систем с переменной структурой, позволяет сопоставлять процессы и структуру, что актуально в условиях роста специализации и постоянного изменения технологий.

Литература

1. Kron G. Invisible dual (n-1) networks induced by electric 1-networks//IEEE Trans., v. CT-12, No 4, (December 1965). DOI: 10.1109/TCT.1965.1082489
2. Kron G. Multi-dimensional curve-fitting with self-organizing automata. //J. Math. Analysis and Appl., 1962, v. 5, № 1, p. 46–69. DOI: 10.1016/0022-247X(62)90005-7
3. Chua L.O., Chen L.K. Diakoptic and Generalized Hybrid Analysis. // Trans. IEEE on Circuits and Systems, CAS, v. 23, No 12, 1976. DOI: 10.1109/TCS.1976.1084165
4. Оепомо Т.С. Applied Graph Theory and Topology for 3 Phase Power System Under Faulted Studies. Proceedings of the Seventh International Conference on Management Science and Engineering Management. Lecture Notes in Electrical Engineering: Vol. 242, 2014. — pp. 1521-1540. DOI: 10.1007/978-3-642-40081-0_130
5. Gniazdowski Z. About Relations between Continuous and Discrete. Journal of Interdisciplinary Mathematics: Vol. 18, issue 1-2, 2015. — pp. 9-33. DOI: 10.1080/09720502.2013.848630

6. Leutheusser, S., Van Raamsdonk M.J. Tensor network models of unitary black hole evaporation. High Energ. Phys.: Vol. 141, 2017. DOI: 10.1007/JHEP08(2017)141
7. Durand P., Maurice O., Reineix A. The Kron formalism of tensor analysis, applied to graphs, networks and antennas. IAENG Transactions on Engineering Sciences: Special Issue of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2013 and World Congress on Engineering 2013. — pp. 109-114. DOI: 10.1201/b16763-12
8. Liu C.T., Chang W.L. A Generalized Technique for Modeling Switch-controlled Induction Machine Circuits. - IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 7, No 1, March 1992. – p. 168–176. DOI: 10.1109/60.124557
9. van der Schaft A. Physical Network Systems and Model Reduction. Mathematical Control Theory II. Lecture Notes in Control and Information Sciences: Vol. 462, 2015. — pp. 199-219. DOI: 10.1007/978-3-319-21003-2_11
10. Kyrgyzov O., Erdogmus D. Nonnegative non-redundant tensor decomposition. Frontiers of Mathematics in China: Vol. 8, issue 1, 2013. — pp. 41-61. DOI: 10.1007/s11464-012-0261-y
11. Elperin I., Sidletsky V. Expansion of functional possibilities of control systems of technological objects. Науковий вісник НУБіП України. Серія: Техніка та енергетика АПК. 2016. № 256. С. 113-121. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=28362431>
12. Федоров А.В., Лебедева М.И., Петров А.Е. Сетевая модель прогнозирования пожароопасных ситуаций в технологических процессах первичной переработки нефти // научный интернет-журнал «Технологии безопасности», выпуск 5(57), 2014. - <http://agps-2006.narod.ru/ttb/2014-5/32-05-14.ttb.pdf>, ISSN 2071-7342. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=23104544>
13. Крюков Ю.А., Петров А.Е. Модель информационного взаимодействия субъектов резонансной сети передачи электроэнергии и данных. Электронное научное издание «Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление». Том 8, № 4 (17), 2012, ст. 8. С. 76 – 97. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18892362>
14. Курнышев Б.С. Моделирование электромагнитных и механических процессов в нанотехнологиях мехатронных комплексов и систем электроэнергетики и электротехники. Вестник Ивановского государственного энергетического университета. 2014. № 3. С. 68-74. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21676168>
15. Choley JY., Plateaux R., Penas O., Combastel C., Kadima H. A Consistent Preliminary Design Process for Mechatronic Systems. Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and Applications. Advances in Intelligent Systems and Computing: Vol. 197, 2013. — pp. 101-112. DOI: 10.1007/978-3-642-34336-0_7

16. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N., Savel'eva I.Yu. Dual variational formulation of the electrostatic problem in an inhomogeneous anisotropic dielectric. *Moscow University Mathematics Bulletin*: Vol. 72, issue 3, May 2017. — pp. 94-101. DOI: 10.3103/S0027132217030020
17. Литвинов К.А., Пасечников И.И. Алгоритм расчета тензорной модели сети на основе симплексного метода Данцига. *Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки*. 2013. Т. 18. № 6-2. С. 3370-3375. <https://cyberleninka.ru/article/n/algorithm-rascheta-tenzornoj-modeli-seti-na-osnove-simpleksnogo-metoda-dantsiga>. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21106190>
18. Кибальников С.В. Устойчивое развитие и «операционная система» общества. *Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление*. 2013. Т. 9. № 1. С. 37-50. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21291613>
19. Потехин Н.А. Всеобщий закон сохранения полной мощности и уровни познания систем управления. *Аграрный вестник Урала*. 2014. № 11 (129). С. 83-89. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22591657>
20. Lee N., Cichocki A. Fundamental tensor operations for large-scale data analysis using tensor network formats. *Multidimensional Systems and Signal Processing*: 2017. — pp. 1-40. DOI: 10.1007/s11045-017-0481-0
21. Степаненко Е.В., Степаненко И.Т. Построение моделей информационных сетей на основе тензорной методологии. *Современные наукоемкие технологии*. 2009. № 2. С. 44-50. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12845575>
22. Назаров А.С., Пасечников И.И., Штейнбрехер В.В. Определение коэффициентов связности пространства состояний модели нагруженной информационной сети. *Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки*. 2014. Т. 19. № 2. С. 702-706. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21422179>
23. Литвинов К.А. Процедурная модель сетевой информационной системы и распределение потоков на основе кибернетического параметра. *Фундаментальные исследования*. 2015. № 7-1. С. 122-127. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=23941606>
24. Богданов В.С., Богданов С.В., Богданова Л.В. Построение инвариантных тензорных систем управления сетями связи. *Известия Волгоградского государственного технического университета*. 2015. № 14 (178). С. 40-42. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25290895>

25. Лебедянцев В.В., Деревяшкин В.М. Тензорная модель сети связи. Вестник СибГУТИ. 2014. № 2 (26) С. 50-56. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21649099>
26. Григоренко С.А., Казаков С.Л., Пасечников И.И. Тензорная ортогональная модель анализа состояния беспроводной сети передачи данных для системы непрерывного медицинского мониторинга. Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. 2012. Т. 17. № 1. С. 37-44. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=17686297>
27. Стрелковская И.В., Соловская И.Н. Тензорный метод решения задач управления трафиком с поддержкой сетевых параметров качества обслуживания. Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2011. Т. 5. № 3 (53). С. 37-42. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=19380313>
28. Стрелковская И.В., Соловская И.Н., Гуцал Ю.В. Определение параметров качества сети мобильной связи MVNO технологии LTE с применением тензорного анализа. Наукові вісті Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". 2013. № 1 (87). С. 20-26. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21368566>
29. Гутковская О.Л., Пономарев Д.Ю. Узловой метод анализа сетей VPN. Фундаментальные исследования. № 11, 2015. – с. 875 – 881. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25097626>
30. Логвинович К.В., Кузовников А.В., Выгонский Ю.Г. Модели распределения самоподобных потоков в инфокоммуникационных системах. Успехи современной радиоэлектроники. 2014. № 5. С. 43-46. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21586325>
31. Ponomarev D. Mesh method of tensor analysis of infocommunications networks. Nauka i studia. 2016. Т. 3. С. 994-999. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25820913>
32. Афанасьев А.Д., Головченко Е.В., Дьяченко В.А. Использование тензорного метода для расчета телекоммуникационной сети. Успехи современной радиоэлектроники. 2015. № 10. С. 149-152. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25680004>
33. Кулагин В.П. Методы построения тензоров преобразования для сетевых моделей сложных систем. Информатизация образования и науки. 2015. № 4 (28). С. 133-147. URL РИНЦ: <https://elibrary.ru/item.asp?id=24250328>
34. Сухтаева А.М., Шамилев Т.М. Обучение будущих бакалавров элементам тензорного исчисления в курсе высшей математики. Проблемы современного педагогического

образования. 2016. № 52-1. С. 239-247. URL РИНЦ:
<https://elibrary.ru/item.asp?id=25900625>

35. Gañán D., Caballé S., Conesa J., Xhafa F. An application framework to systematically develop complex learning resources based on collaborative knowledge engineering. *Applied Mathematics and Computer Science*: Vol. 25, issue 2, June 2015. — pp. 361-375. DOI: 10.1515/amcs-2015-0028
36. Jayawardhana B., Rao S., Sikkema W., Bakker B.M. Handling Biological Complexity Using Kron Reduction. *Mathematical Control Theory I. Lecture Notes in Control and Information Sciences*: Vol. 461, 2015. — pp. 73-93. DOI: 10.1007/978-3-319-20988-3_5