

УДК 338.26.015:658.5

ОСОБЕННОСТИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЕЛИЧИН В ДВОЙСТВЕННЫХ СЕТЯХ

Петров Андрей Евгеньевич, доктор технических наук, профессор кафедры автоматизированного проектирования и дизайна ФГБОУ высшего образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

Аннотация

Для создания цифровых моделей технических, экономических систем применяется тензорный метод расчета процессов при изменении структуры соединения элементов, что необходимо в условиях перемен. Расчет процессов при изменении структуры обеспечивает инвариант двойственности, который состоит в том, что постоянна сумма метрических тензоров двойственных сетей при изменении структуры. Компоненты процессов в системе при изменении структуры меняются с помощью матриц преобразования путей. Это аналогично преобразованию компонент тензора при изменении системы координат. В статье рассмотрено изменение величин воздействия, метрики и отклика при изменении структуры двойственных сетей, а также нерешенная проблема двойственности непланарных графов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: сетевая модель, тензорный метод, матрицы преобразования путей, инвариант двойственности, непланарные графы.

PECULIARITIES OF UNITS CONVERSION IN DUAL NETWORKS

Petrov Andrey Evgenyevich, Professor of Department of Computer aided design and engineering design, Ph.D & D.Sc., Professor, National University of Science and Technology MISIS (NUST MISIS), Department of Computer aided design and engineering design

Abstract

To create digital models of technical, economic systems, the tensor method of calculating processes is used when the structure of the connection of elements changes, which is necessary in conditions of change. Calculation of processes when the structure changes provides the duality invariant, which means that the sum of the metric tensors of dual networks is constant when the structure changes. The components of the processes in the system change with the help of path transformation matrices when the structure changes. This is analogous to the transformation of the tensor components when changing the coordinate system. The article considers the change in the impact values, metrics and response when changing the structure of dual networks, as well as the unsolved problem of duality of non-planar graphs.

KEYWORDS: network model, tensor method, path transformation matrices, duality invariant, nonplanar graphs.

Введение

Для анализа устойчивого развития, цифровизации исследования сложных систем в условиях перемен, необходимо создавать математические модели технических, экономических систем, которые обеспечивают расчет процессов при изменении структуры. Тензорный метод двойственных сетей позволяет создавать сетевые модели сложных систем. Такие модели представлены в работах Г. Крона [11] и его последователей, а также в работах автора и его коллег [3, 9, 10]. Применению тензорного анализа сетей в инженерных расчетах посвящены работы [3, 5, 8, 11, 12]. Однако тензорный анализ сетей Крона содержал противоречия – постулат об инварианте мощности не выполняется, а применение матриц

преобразования путей как группы, вызывало возражения, поскольку при изменении числа замкнутых и разомкнутых путей матрицы прямоугольные, а они не имеют обратных.

В научной дискуссии двадцатого века об инварианте мощности при соединении ветвей в сеть, который постулировал Г. Крон, приняли участие физики и электротехники. В том числе сотрудник А. Эйнштейна Б. Гоффман, а также П. Ланжевен, электротехник Ф. Эджер, тополог П. Росс, основатель кибернетики Н. Винер, А. Душек, Х. Хэпп, отечественные ученые Э.А. Меерович, А.В. Берендеев, В.А. Веников, И.П. Копылов, и другие. Спектр мнений о работах Крона в этой дискуссии, порой выходившей за рамки приличия, автор собрал в книге Тензорная методология в теории систем [1].

Постулат Крона утверждал, что при соединении ветвей мощность в сети не меняется, и на этой основе получал тензорные формулы преобразования величин напряжения и импеданса [2]. Противоречие, вызвавшее споры, состояло в том, что мощность в сети меняется, но расчеты по формулам тензорного анализа сетей дают правильные результаты.

Автор разрешил это диалектическое противоречие путем выхода в другое «измерение» данного вопроса. Оказалось, что при изменении структуры остается постоянной сумма мощностей в двух сетях с двойственной структурой. Выполнение этого закона сохранения потока энергии обеспечивает инвариант двойственности, который состоит в том, что постоянна сумма метрических тензоров двойственных сетей при изменении структуры [3, 5].

Двойственность структуры представляет собой геометрическое свойство пространства, которое связано с физическим свойством потока энергии. Это свойство является развитием того, как геометрические свойства пространства, такие, как однородность, изотропность, связаны с законами сохранения импульса, момента импульса, а однородность времени связана с законом сохранения энергии. Э. Нетер представила это как теорему связи свойств пространства и времени с физикой движения замкнутой системы, а Л.Д. Ландау вывел из принципа наименьшего действия и уравнения Лагранжа [4].

В статье рассматривается изменение физических величин в двойственных сетях при соединении ветвей. Преобразования величин связывает инвариант двойственности, закон, соединяющий физику процессов и двойственность структуры сети, или сетевой модели сложной технической, экономической, биологической системы.

Инвариант двойственности и непланарные графы

Таким образом, инвариант двойственности есть свойство пространства. Казалось бы, проблема постулата Крона об инварианте мощности полностью решена. В общем, это

действительно так, однако возникло новое противоречие, связанное с непланарными графами. Это такие графы, которые нельзя изобразить на плоскости без самопересечений. Есть два непланарных графа Куратовского: полный граф на пяти вершинах (K_5) и граф «домики и колодцы» ($K_{3,3}$). Дополнительный интерес состоит в том, что граф $K_{3,3}$, «домики и колодцы», можно рассматривать как три отрасли, соединенные поставками. В отраслях текут потоки продуктов, а в двойственной сети должны протекать потоки денег. Невозможность представить такую двойственную сеть показывает, что связь потоков продуктов и потоков денег имеет топологическое содержание. Потоки денег, как известно в экономике, двойственные к потокам продуктов, а сеть не существует. Решение этой проблемы важно для моделирования экономических систем.

Теорема Понтрягина-Куратовского доказывает, что если один из этих двух графов есть в структуре любой сложности, то изображение этой структуры без самопересечений выходит за пределы плоскости. Проблема в том, что для непланарного графа нельзя изобразить двойственного графа.

Возникло новое противоречие – инвариант двойственности существует и выполняется. Однако есть такие графы, сети, для которых нет двойственной сети. Тензорный метод с инвариантом двойственности дает решение сети и двойственной сети. Решение существует для сети, изобразить которую нельзя. Это фундаментальная проблема в современной науке.

В.А. Горбатов в 1984 году указал автору, что для непланарного графа, а это графы K_5 и $K_{3,3}$, двойственный граф не существует. Вместе с тем матрица преобразования путей сети C , а для двойственной сети это ортогональная матрица $A = C^{-1}$. Эти матрицы являются также матрицами преобразования взаимного базиса путей (двумерных, связанных с поверхностями): A – для данной сети, а C – для двойственной сети.

Возможно, матрица преобразования путей непланарной сети вырожденная? Нет, матрица преобразования существует. Матрицу A сети для графа K_5 автор использовал для построения структуры сети, двойственной к этому непланарному графу. Получилась сеть, похожая на граф $K_{3,3}$, а для графа $K_{3,3}$ двойственная похожа на K_5 . Но не совсем – в одной сети 9 ветвей, в другой 10 ветвей. Расчеты токов для таких «двойственных» к непланарным графам сетям, показывают, что по законам Кирхгофа в двух узлах одной сети токи выходят, а в другой – входят. Примеры таких расчетов автор рассмотрел в разделе 3.4 [3].

Интересно, что при соединении девяти или десяти ветвей во все более сложные структуры двойственная сеть существует всегда. Но когда девять ветвей соединились в граф

K_{33} , а десять ветвей соединились в граф K_5 , двойственная сеть вроде не существует. А при дальнейшем соединении ветвей друг с другом двойственная сеть опять существует.

Это противоречие ждет своего решения.

Преобразование величин в двойственных сетях

Рассмотрим поведение величин воздействий и откликов в сетях с двойственной структурой. Сети состоят из ветвей, которые представляют собой линии, проводники, с границами, узлами.

Величинами в сети являются сопротивления ветвей, токи и напряжения, мощность. Внутренний источник напряжения воздействует в замкнутой сети, откликом является ток в контуре. Внешний источник тока в открытой сети входит извне в одном узле, а покидает сеть в другом узле; откликом является напряжение – разность потенциалов между узлами. Величины в замкнутой сети (базис замкнутых путей) обозначим: e – источник напряжения, Z – сопротивление, ток отклика в контуре $^m i$, а напряжение $^m e$, в ветви ток отклика i_c , а напряжение e_c . В открытой сети (базис разомкнутых путей): I – источник тока, Y – проводимость напряжение отклика $^j E$, ток отклика $^j I$, в ветви ток отклика I_c , а напряжение E_c .

В двойственной сети величины обозначаются подчеркиванием. Замкнутому пути m (mesh – контур) соответствует разомкнутый путь j (junction – узел), и наоборот. Сопротивлению Z соответствует проводимость $\underline{Y} = Z^{-1}$, и т.д.

В сетях координатами являются пути, которые определяют арифметизацию пространства в структуре. Путь – это линия, проходящая вдоль ветви, как ось координат вдоль измерения. Пути бывают либо замкнутые, либо разомкнутые. Других видов путей нет. Асимметрия состоит в том, что замкнутые пути можно представить разомкнутыми путями, а разомкнутые пути нельзя представить замкнутыми путями.

Двойственность состоит в том, что замкнутому пути в одной сети соответствует разомкнутый путь в двойственной сети, и наоборот. Пути определяют координаты пространства сети, которое состоит из двух ортогональных подпространств замкнутых и разомкнутых путей. При изменении структуры происходит замыкание и размыкание путей, соответственно, меняется размерность их подпространств. Изменение размерности является особенностью преобразования структуры.

Система состоит из элементов, соединенных своими границами. Каждый элемент определяет измерение в пространстве системы. Это пространство существует только в элементах, т.е. является дискретным относительно пространства геометрии, где есть непрерывность, всюду плотность, однородность, изотропность.

Два вида путей, замкнутые и разомкнутые, образуют два независимых, ортогональных подпространства в структуре. При изменениях в структуре замкнутые и разомкнутые пути переходят друг в друга, поэтому меняются размерности их подпространств. Таким образом, в пространстве структуры базисы замкнутых и разомкнутых путей содержат *не одинаковое* количество элементов.

Замкнутые свободные ветви составляют одну простейшую сеть, а разомкнутые ветви – другую простейшую сеть. Рассмотрим переход к двойственным связанным сетям, расчет откликов приложенные воздействия и мощностей в сетях.

Пусть четыре замкнутые ветви, которые даны на рисунке 1, а слева, соединяются в две сети с двойственной структурой, которые даны справа. Зададим сопротивления Z и проводимости ветвей $Y = Z^{-1}$ (метрика).

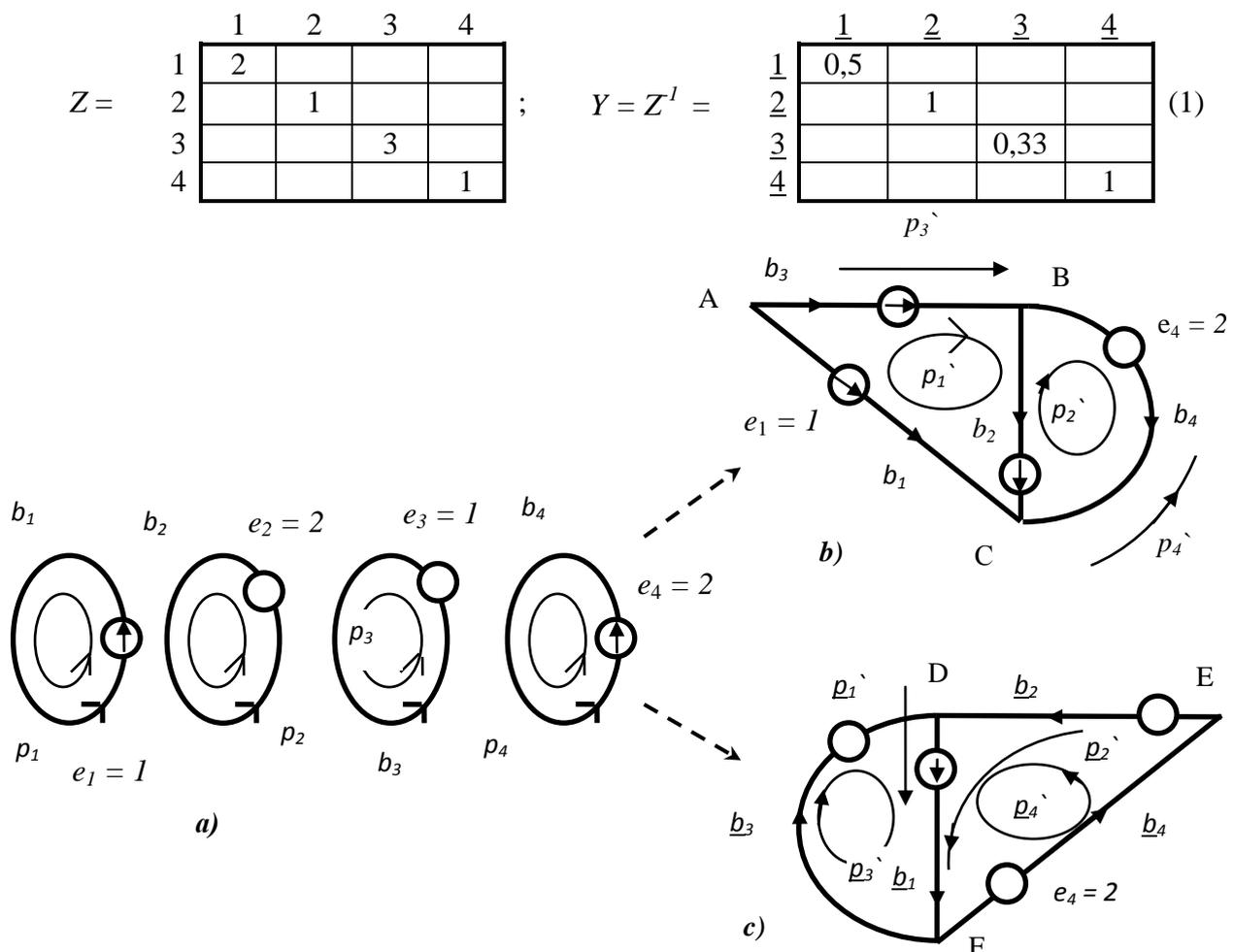


Рис. 1. Сети из четырех ветвей с источниками напряжения и выбранными путями
a – сеть из свободных замкнутых ветвей; соединяется в две сети (стрелки пунктиром);
b – связанная данная сеть; **c** – связанная двойственная сеть

Зададим матрицы преобразования путей в свободных ветвях к путям в связанных сетях, которые выбраны на рисунке. Для сети на рисунке 1.б – это матрица C , для двойственной сети на рисунке 1.в – это матрица $\underline{C} = A = C^{-1}$:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & -1 & -1 & \\ \hline & 1 & & -1 \\ \hline & & 1 & \\ \hline & & & 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \\
 \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & & & \\ \hline 1 & 1 & & \\ \hline 1 & & 1 & \\ \hline 1 & 1 & & 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}
 \end{array} \quad (2)$$

Первые две строки матрицы C представляют матрицу преобразования контуров в сети, ${}^m C$, она обеспечивает расчет сети с источниками напряжения. Вторые две строки матрицы A представляют матрицу преобразования базисных разомкнутых путей в сети ${}^j A$, она обеспечивает расчет сети с источниками тока. Эти подматрицы выделены двойными линиями.

Расчет выполняется по формулам тензорного анализа сетей [1,2], с использованием инварианта двойственности. При переходе от свободных замкнутых ветвей с метрикой Z или сети из свободных разомкнутых ветвей с метрикой $Y = (Z)^{-1}$ к сети из соединенных ветвей инвариант двойственности имеет вид [3]:

$$Z_c Y + Z Y_c = I \quad (3)$$

где I – единичная матрица. Для двойственной сети этот инвариант имеет вид:

$$\underline{Z} \underline{Y}_c + \underline{Z}_c \underline{Y} = I. \quad (4)$$

Здесь $Z_c = {}^j A_t ({}^j A Y {}^j A_t)^{-1} {}^j A$ и $Y_c = {}^m C_t ({}^m C Z {}^m C_t)^{-1} {}^m C$ – это матрицы решения, метрические тензоры соединенной сети для разомкнутых и замкнутых путей соответственно. Умножая матрицу решения на вектор воздействия, получаем отклики в ветвях. Это измеримые величины, которые являются результатом расчета сети.

Контурная сеть. Токи в базисных контурах связанной сети для источников напряжения:

$${}^m \dot{i} = \dot{Y} {}^m e_0 = ({}^m C Z {}^m C_t)^{-1} {}^m C e_0.$$

Токи в ветвях связанной сети $i_c = {}^m C_t {}^m \dot{i}$ – измеримые величины, представляющие решение задачи. Таким образом:

$$i_c = Y_c e_0 = {}^m C_t ({}^m C Z {}^m C_t)^{-1} {}^m C e_0, \quad (5)$$

Напряжения на ветвях связанной сети $e_c = Z i_c$. Токи и напряжения на ветвях связанной сети проверяются на предмет выполнения законов Кирхгофа.

Узловая сеть. Источники тока и напряжения в ветвях имеют равную мощность, таким образом, $I^0 = Z^1 e_0 = Y e_0$. Напряжения в базисных разомкнутых путях связанной сети для источников тока:

$${}^j E = Z^1 I^0 = ({}^j A Y^j A_t)^{-1} {}^j A Y e_0.$$

Напряжения в ветвях связанной сети $E_c = {}^j A_t {}^j E$ – это измеримые величины, представляющие решение задачи. Таким образом:

$$E_c = Z_c I^0 = {}^j A_t ({}^j A Y^j A_t)^{-1} {}^j A I^0 = {}^j A_t ({}^j A Y^j A_t)^{-1} {}^j A Y e_0 \quad (6)$$

Токи на ветвях связанной сети $I_c = Y E_c$.

Токи и напряжения на ветвях связанной сети проверяются на предмет выполнения законов Кирхгофа. Для расчета двойственной сети применяются аналогичные матрицы решения с двойственными заменами.

Подставляя формулы расчета величин тока и напряжения в выражение для инварианта двойственности, получим, что по каждой ветви должно выполняться:

$$e_c + E_c = e_0 \text{ и } i_c + I_c = I^0.$$

Проверим это на примере сети на рисунке 1.

Рассмотрим расчет токов и напряжений в контурной и узловой сети. Зададим источники напряжения в отдельных ветвях.

$$e_0 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 2 \\ \hline \end{array} \quad (7)$$

Источники тока в ветвях, имеющие такую же мощность, равны $I^0 = Z^1 e_0 = Y e_0$

$$I^0 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline & 0,5 & 2 & 0,333 & 1 \\ \hline \end{array} \quad (8)$$

Выполняя действия в матрице решения Y_c для заданных источников напряжения, получим токи и напряжения отклика в ветвях соединенной контурной сети:

$$i_c = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & -0,353 \\ \hline 2 & 0,235 \\ \hline 3 & 0,353 \\ \hline 4 & 0,118 \\ \hline \end{array} \quad e_c = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & -0,706 \\ \hline 2 & 0,235 \\ \hline 3 & 1,059 \\ \hline 4 & 0,235 \\ \hline \end{array}$$

Выполняя действия в матрице решения Z_c для заданных источников напряжения, получим токи и напряжения отклика в ветвях узловой соединенной сети:

$$I_c = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 0,853 \\ \hline 2 & 1,765 \\ \hline 3 & -0,020 \\ \hline 4 & 0,882 \\ \hline \end{array} \quad E_c = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1,706 \\ \hline 2 & 1,765 \\ \hline 3 & -0,059 \\ \hline 4 & 1,765 \\ \hline \end{array}$$

Проверим выполнение инварианта двойственности: для токов $i_c + I_c = I^0$.

$$\begin{array}{c} i_c \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{|c|} \hline -0,353 \\ \hline 0,235 \\ \hline 0,353 \\ \hline 0,118 \\ \hline \end{array} + I_c \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0,853 \\ \hline 1,765 \\ \hline -0,020 \\ \hline 0,882 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0,5 \\ \hline 2 \\ \hline 0,333 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} = I^0$$

А также выполнение инварианта двойственности для напряжений: $e_c + E_c = e_0$:

$$\begin{array}{c} e_c \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{|c|} \hline -0,706 \\ \hline 0,235 \\ \hline 1,059 \\ \hline 0,235 \\ \hline \end{array} + E_c \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1,706 \\ \hline 1,765 \\ \hline -0,059 \\ \hline 1,765 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array} = e_0$$

Можно видеть, что инвариант двойственности выполняется.

Рассмотрим аналогичные вычисления для двойственной сети. Получим отклики – токи в ветвях и напряжения на ветвях для источников напряжения и тока. Когда в данной сети свободные ветви замкнутые, как показано на рисунке 1, то в двойственной сети свободные ветви разомкнутые, как показано на рисунке 2.

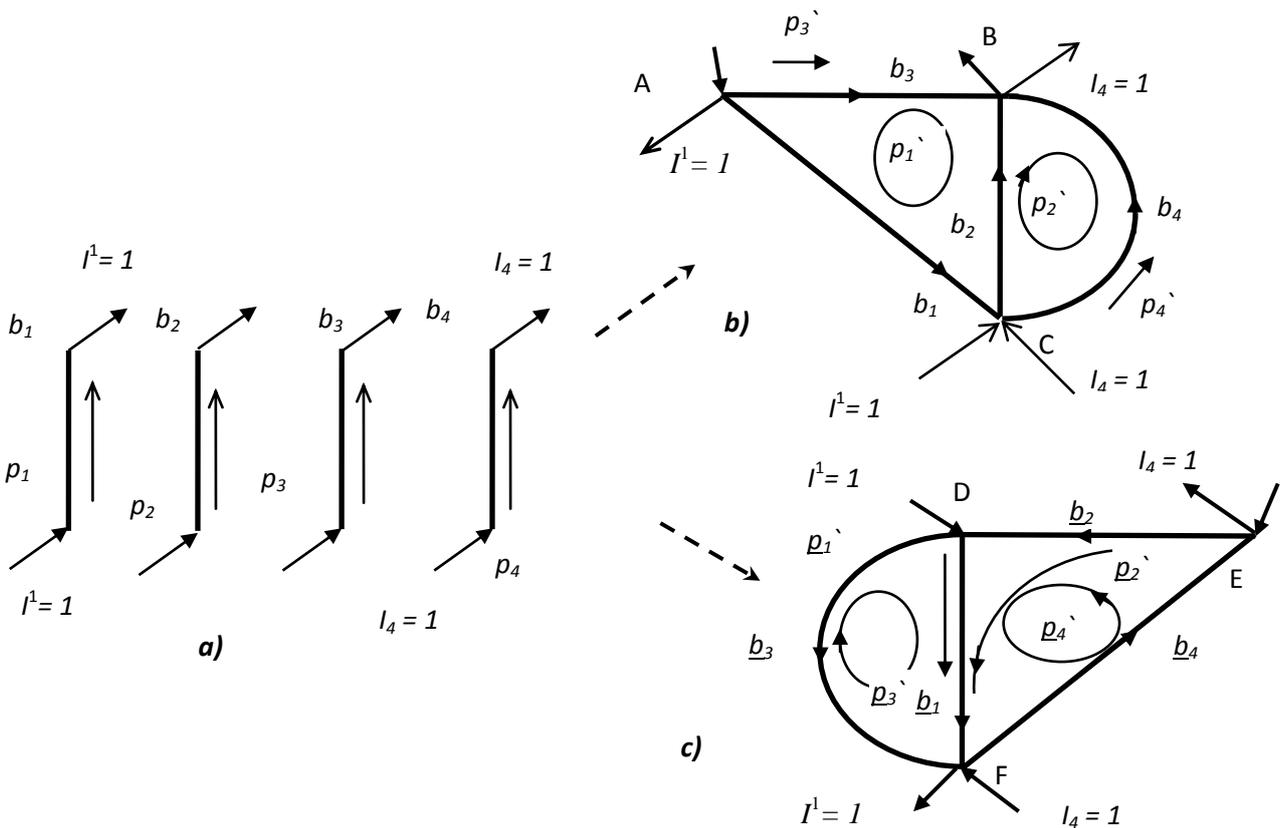


Рис. 2. Сети из четырех ветвей с источниками тока и выбранными путями
a – сеть из свободных разомкнутых ветвей; соединяется в две сети (стрелки пунктиром); *b* – связанная данная сеть; *c* – связанная двойственная сеть

С учетом отношений между величинами двойственных сетей, о которых сказано выше, получим отклики в ветвях двойственной сети при контурном и узловом воздействии. Для этого зададим источники токов и напряжений с учетом двойственных замен.

Рассмотрим расчет токов и напряжений в контурной и узловой сети. Зададим источники напряжения в отдельных ветвях. $\underline{e}_0 = \underline{Z}^1 e_0 = \underline{Y} e_0$

$$\underline{e}_0 = \begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ \boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0,5 & 2 & 0,333 & 1 \\ \hline \end{array}} \end{array} \quad (9)$$

Источники тока в ветвях, имеющие такую же мощность, равны $\underline{I}^0 = \underline{Z}^1 \underline{e}_0 = \underline{Y} \underline{e}_0$

$$\underline{I}^0 = \begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ \boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 & 2 \\ \hline \end{array}} \end{array} \quad (10)$$

Выполняя действия в матрице решения \underline{Y}_c для заданных источников напряжения, получим токи и напряжения отклика в ветвях соединенной двойственной. При этом значения токов и напряжений меняются местами относительно исходной сети. Для контурной сети:

$$\underline{e}_c = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \boxed{\begin{array}{|c|} \hline 0,853 \\ \hline 1,765 \\ \hline -0,020 \\ \hline 0,882 \\ \hline \end{array}} \quad \underline{i}_c = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \boxed{\begin{array}{|c|} \hline 1,706 \\ \hline 1,765 \\ \hline -0,059 \\ \hline 1,765 \\ \hline \end{array}}$$

Выполняя действия в матрице решения \underline{Z}_c для заданных источников напряжения, получим токи и напряжения отклика в ветвях узловой соединенной двойственной сети:

$$\underline{E}_c = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \boxed{\begin{array}{|c|} \hline -0,353 \\ \hline 0,235 \\ \hline 0,353 \\ \hline 0,118 \\ \hline \end{array}} \quad \underline{I}_c = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \boxed{\begin{array}{|c|} \hline -0,706 \\ \hline 0,235 \\ \hline 1,059 \\ \hline 0,235 \\ \hline \end{array}}$$

Инвариант двойственности выполняется в двойственной сети для токов $\underline{i}_c + \underline{I}_c = \underline{I}^0$.

$$\underline{E}_c = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \boxed{\begin{array}{|c|} \hline -0,353 \\ \hline 0,235 \\ \hline 0,353 \\ \hline 0,118 \\ \hline \end{array}} + \underline{e}_c = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \boxed{\begin{array}{|c|} \hline 0,853 \\ \hline 1,765 \\ \hline -0,020 \\ \hline 0,882 \\ \hline \end{array}} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \boxed{\begin{array}{|c|} \hline 0,5 \\ \hline 2 \\ \hline 0,333 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}} = \underline{e}_0$$

А также инвариант двойственности выполняется для напряжений: $\underline{e}_c + \underline{E}_c = \underline{e}_0$:

$$\underline{I}_c = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \boxed{\begin{array}{|c|} \hline -0,706 \\ \hline 0,235 \\ \hline 1,059 \\ \hline 0,235 \\ \hline \end{array}} + \underline{i}_c = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \boxed{\begin{array}{|c|} \hline 1,706 \\ \hline 1,765 \\ \hline -0,059 \\ \hline 1,765 \\ \hline \end{array}} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \boxed{\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array}} = \underline{I}^0$$

Можно видеть, что инвариант двойственности выполняется также в двойственной сети. При этом значениям токов в двойственной сети соответствуют значения напряжений, как для внешних источников тока, так и для внутренних источников напряжения.

Круговая диаграмма распределения мощности между контурными и узловыми подсетями в данной сети в двойственной сети опубликована автором еще в 1985 году [1]. На это круговой диаграмме получаем, что «контурная» мощность в данной сети равна «узловой» мощности в двойственной сети. И, наоборот, «узловая» мощность в данной сети равна «контурной» мощности в двойственной сети.

Перемножая соответствующие токи и напряжения по ветвям в каждой из четырех рассмотренных сетей, и суммируя, получим мощности. В контурной сети мощность на ветвях равна ${}^m P_c = e_c * i_c = 0,706$, в узловой сети мощность равна ${}^j P_c = E_c * I_c = 6,128$.

Можно видеть, что мощность источников напряжения в сети из свободных ветвей ${}^m P_0$ равна сумме мощностей в контурной и узловой сети ${}^m P_0 = {}^m P_c + {}^j P_c = 0,706 + 6,128 = 6,834$.

В силу двойственности аналогичные значения имеем в двойственной контурной и узловой сети, а именно, ${}^m \underline{P}_c = 6,128$, ${}^j \underline{P}_c = 0,706$. Представим полученные значения в соответствующие секторы на диаграмме мощности [3].

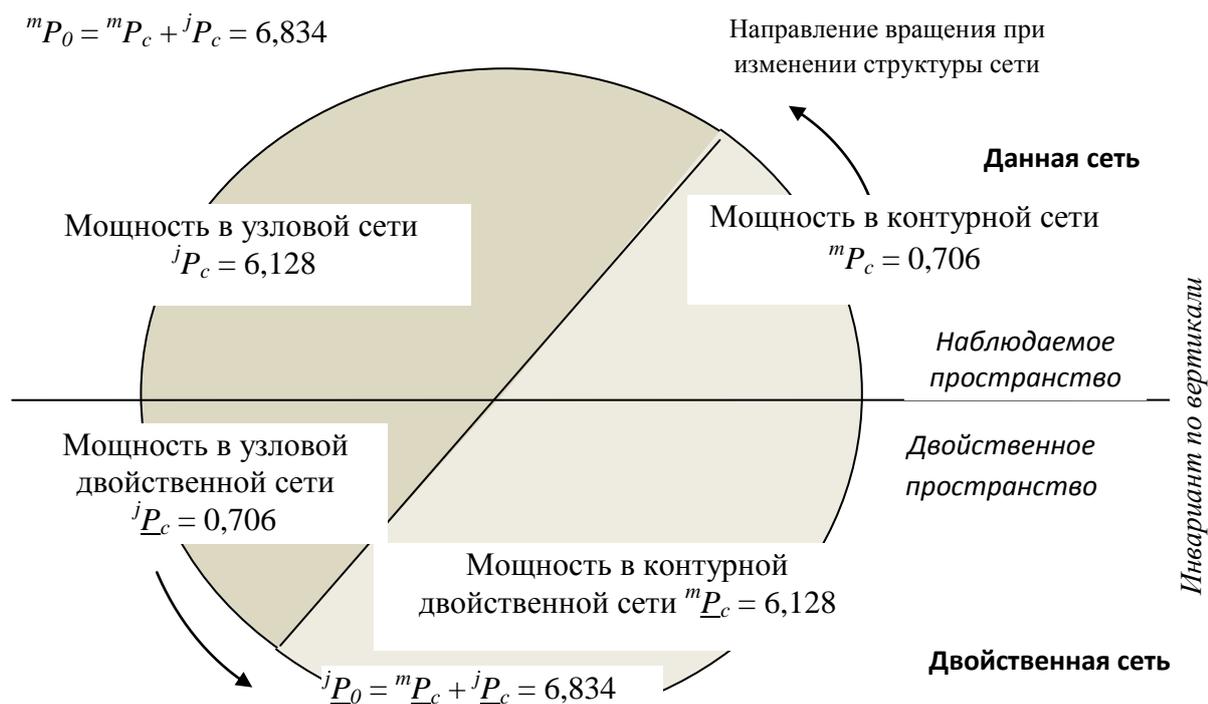


Рис. 3. Диаграмма изменения мощности в двойственных сетях при изменении структуры

Таким образом, мощность в узловой сети равна мощности в контурной двойственной сети, а мощность в контурной сети равна мощности узловой двойственной сети. Соответственно, равны токи и напряжения на ветвях в этих сетях, с той разницей, что токи в сети равны напряжениям в двойственной сети, а напряжения в сети равны токам в ветвях в двойственной сети.

Покажем это на рассмотренном примере. На рисунке 4 показано, что контурные токи в данной сети численно равны узловым напряжениям в двойственной сети.

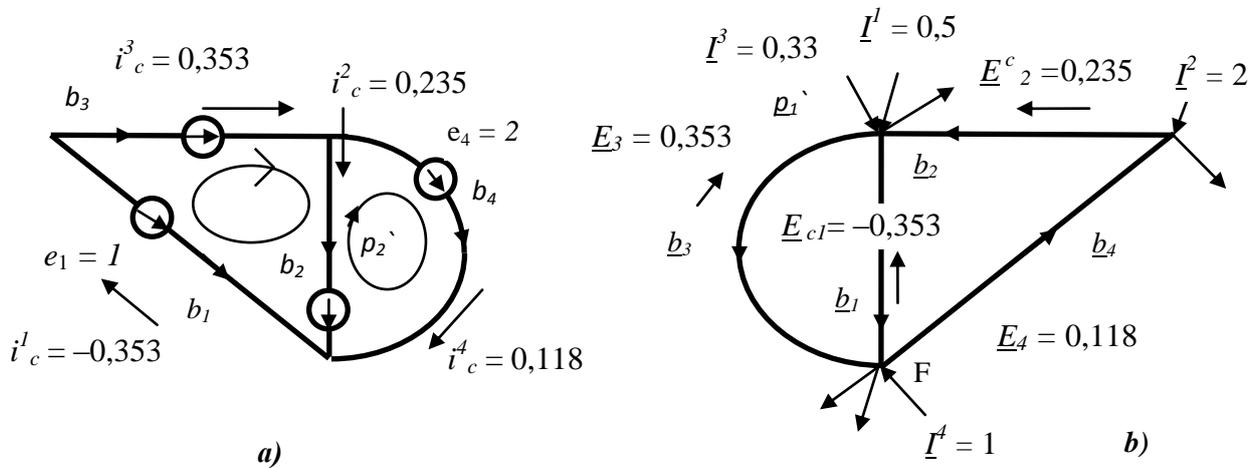


Рис. 4. Контурные токи численно равны узловым напряжениям в двойственной сети
а – контурные токи в сети; б – узловые напряжения в двойственной сети

На рисунке 5 аналогично показано, что контурные напряжения в данной сети численно равны узловым токам в двойственной сети.

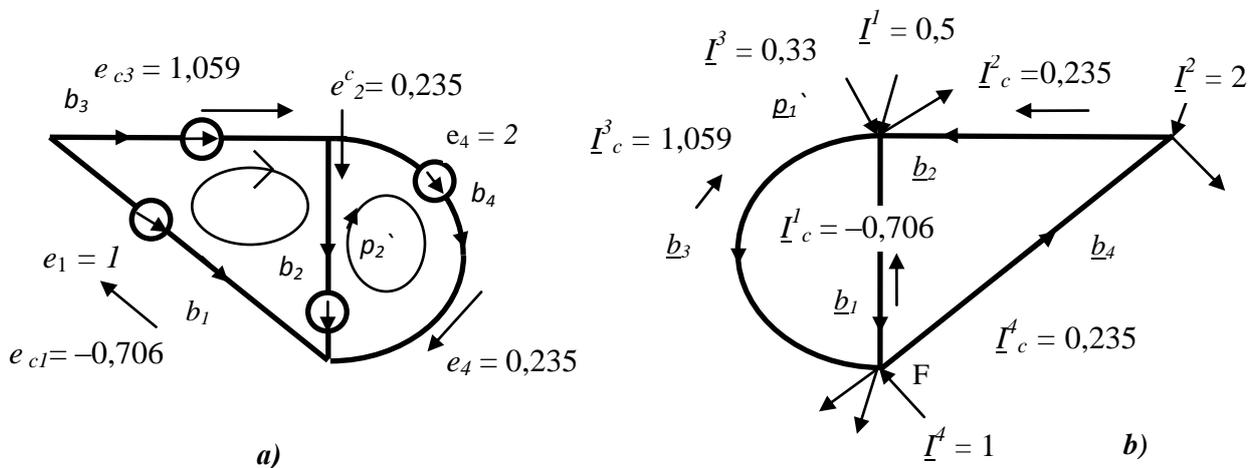


Рис. 5. Контурные напряжения численно равны узловым токам в двойственной сети
а – контурные напряжения в сети; б – узловые токи в двойственной сети

Аналогичные отношения, как нетрудно видеть, существуют между узловыми напряжениями в данной сети контурными токами в двойственной сети, а также узловыми токами в данной сети и контурными напряжениями в двойственной сети.

Заключение

Рассмотренные особенности преобразования величин в двойственных сетях необходимо принимать во внимание при создании и применении сетевых моделей сложных технических, экономических систем в условиях цифровизации и быстрых изменений технологий.

Следует также еще раз подчеркнуть, что поступательные движения в пространстве происходят по разомкнутым путям, вращательные движения происходят по замкнутым путям. Любое движение можно представить комбинацией поступательного и вращательного движения. Таким образом, замкнутость и открытость являются фундаментальными свойствами в геометрии и физике. Однако для структуры систем важным является переходы между разомкнутыми и замкнутыми путями, преобразование путей, поскольку при этом изменяется размерность подпространства, свойства структуры, и протекающих в ней процессов. Геометрическая целостность состоит в том, что взаимно дополняющие преобразования происходят в двойственной сети, двойственном пространстве.

Инвариант двойственности является свойством пространства структуры, также как однородность, изотропность. Система из элементов, сеть имеет свойство двойственности. В системе возникают процессы как отклики на приложенные воздействия. Потоки процессов возникают в подпространстве замкнутых путей, или разомкнутых путей. Эти процессы не зависят друг от друга, поскольку подпространства ортогональны.

Соответствие между замкнутыми и разомкнутыми путями в двойственных сетях имеет не только структурный, геометрический, но и физический смысл. Замкнутому пути в одной сети соответствует разомкнутый путь в двойственной сети, а разомкнутому пути в одной сети соответствует замкнутый путь в двойственной сети.

Движение в пространстве, как известно, можно разложить на поступательное и вращательное движение. Тогда в двойственном пространстве составляющей поступательного движения должно соответствовать вращательное движение, а составляющей вращательного движения должно соответствовать поступательное движение.

Литература

1. Петров А.Е. Тензорная методология в теории систем. – М.: Радио и связь, 1985. – 152 с.
2. Крон Г. Тензорный анализ сетей: Пер. с англ. /Под ред. Л.Т. Кузина, П.Г. Кузнецова. М.: Сов. Радио, 1978. – 720 с.
3. Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей. М.: ООО ЦИТиП. http://www.uni-dubna.ru//images/data/gallery/70_971_tenzorny_method25_02.pdf – 2009. – 496 с.
4. Петров А.Е. Закон сохранения мощности в двойственных тензорных сетях Г.Крона – А.Петрова (в пространстве, времени и структуре). Электронное научное издание «Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление», ISSN 2075-1427. том 15 № 1 (42), 2019, ст. 1. – с. 1–39. <http://www.rypravlenie.ru/?p=3356>

5. Petrov A.E. Tensor Method and Dual Networks in Electrical Engineering. ISSN 1068-3712, Russian Electrical Engineering, 2008, Vol. 79, No. 12, pp. 645–654. © Allerton Press, Inc., 2008. ISSN 1068-3712, <https://pdfslide.net/documents/tensor-method-and-dual-networks-in-electrical-engineering.html>. Original Russian Text © A.E. Petrov, 2008, published in *Elektrotehnika*, 2008, No. 12, pp. 2–12.
6. Petrov A.E. The duality of networks for computer-aided design systems with variable structure. Mining Informational and analytical bulletin (scientific and technical journal). Reports of the XXIII International Scientific symposium «Miner's week – 2015» Сб. науч. тр. Издательский дом МИСиС. НИТУ «МИСиС». ISBN 987-5-87623-891-7. – 2015.
7. Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей для расчета сложных систем по частям. – УДК: 338.26.015: 658.5, М.: Изд-во «Горная книга». С. 168-192. М.: МГГУ, Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал), 2017.
8. Сохор, Ю.Н. Тензорный анализ сетей и диакоптика в инженерных расчетах / Ю.Н. Сохор. – М.: LAP Lambert Academic Publishing, 2012. – 200 с.
9. Петров А.Е. Сетевая модель системы логистики // Сетевое научное издание «Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление». 2021. Т. 17, вып. 3 (52). – с. 1–20. URL: <http://www.rypravlenie.ru/?p=3792>.
10. Petrov A.E., Fedorov A.V., Kochegarov A.V., Lomaev E.N., Preobrazhenskiy A.P. The Analysis of Network Models for the Design of Industrial and Fire Safety Systems for Oil Refineries. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science 808 (2021) 012024, IOP Publishing doi:10.1088/1755-1315/808/1/012024.
11. Крон Г. Исследование сложных систем по частям (диакоптика). М.: Наука, 1972. – 544 с.
12. Luk'yanchenko A.A., Petrov A.E., Fedorov A.V., Denisov A.N. Method of Rational Location of Gas Detectors For Early Fire Detection Based On Gas Control Technology. Jour of Adv Research in Dynamical & Control Systems, JARDCS, USA, Vol. 12, Issue-06, 2020. Pp. 1293–1306. DOI: 10.5373/JARDCS/V12I2/S20201321. <https://jardcs.org/archivesview.php?volume=3&issue=36&page=6>