УДК 338.26.015:658.5

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ПОТОКА ЭНЕРГИИ И ДВОЙСТВЕННОСТЬ ПРОСТРАНСТВА

Петров Андрей Евгеньевич, доктор технических наук, ФГБОУ высшего образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

Аннотация

В 1981 году автор исследовал зависимость мощности от изменения соединения ветвей в электрической сети (цепи). Пусть в отдельных, несоединенных, ветвях есть источники тока и напряжения с одинаковой мощностью. Сумма мощностей источников тока равна сумме мощностей источников напряжения. Известное свойство неусиления (теорема Волавера) состоит в том, что величина напряжения на ветвях не выше суммы напряжения на источниках. При соединении ветвей уменьшается мощность (произведение напряжения и тока), рассеиваемая на ветвях соединенной сети от источников тока. Аналогично, при соединении ветвей уменьшается мощность, рассеиваемая на ветвях соединенной сети от источников напряжения. Оказалось, что если отдельные ветви соединить в сеть, то в ней рассеивается половина суммы мощностей источников тока и напряжения. Возник вопрос — где другая половина мощности? Куда исчезает мощность — так назван раздел в книге автора «Тензорная методология в теории систем» 1985 года. Выяснилось, что другая половина мощности находится в двойственной сети, в которой замкнутые и разомкнутые пути меняются местами. Контуру в одной сети соответствует разомкнутый путь в двойственной сети, и наоборот. Постоянство мощности при изменении структуры, изменении соединения ветвей, является следствием инварианта двойственности сетей. Или наоборот?

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: закон сохранения потока энергии, научное открытие, тензоры, двойственные сети.

THE LAW OF CONSERVATION OF ENERGY FLOW AND DUALITY OF SPACE

Petrov Andrey Evgenievich, Doctor of Technical Sciences, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education NSTU “MISiS”

Abstract

In 1981, the author investigated the dependence of power on changing the connection of branches in an electrical network (circuit). Let there be current and voltage sources with the same power in separate, unconnected branches. The sum of the powers of the current sources is equal to the sum of the powers of the voltage sources. A well-known property of non-amplification (Volaver's theorem) is that the magnitude of the voltage on the branches is not higher than the sum of the voltage on the sources. When connecting branches, the power (product of voltage and current) dissipated on the branches of the connected network from current sources decreases. Similarly, when connecting branches, the power dissipated on the branches of the connected network from voltage sources decreases. It turned out that if individual branches are connected to a network, then half of the sum of the powers of current and voltage sources is dissipated in it. The question arose - where is the other half of the power? Where power disappears is the title of a section in the author's 1985 book Tensor Methodology in Systems Theory. It turned out that the other half of the power is in a dual network in which closed and open paths are reversed. A loop in one network corresponds to an open path in the dual network, and vice versa. The constancy of power when changing the structure, changing the connection of branches, is a consequence of the invariant of the duality of networks. Or vice versa?

KEYWORDS: law of conservation of energy flow, scientific discovery, tensors, dual networks.

Введение

Поток энергии, измеряемый мощностью, распределяется между двумя двойственными сетями. Величина мощности в каждой из них зависит от структуры соединения ветвей, но сумма мощностей постоянна. Таким образом, мощность является инвариантом относительно преобразования структуры двойственных сетей. Вместе с тем сети и без потоков энергии, физических величин, обладают инвариантом двойственности. Двойственность структуры является свойством самого пространства.

Инвариант представляет собой постоянство суммы метрических тензоров двойственных сетей при изменении их структуры. Закону сохранения энергии соответствует симметрия времени, закону сохранения импульса соответствует симметрия (однородность) пространства, закону сохранения момента импульса соответствует симметрия направлений в пространстве (изотропия). Закону сохранения потока энергии, который измеряется мощностью, соответствует двойственность пространства. Речь идет, конечно, о замкнутых системах…

Законы сохранения определяют свойства пространства или свойства пространства определяют законы сохранения? Есть ли «пустое» пространство без материальных объектов, образующих замкнутые системы? Инвариант двойственности для одномерных сетей является математическим указанием на существование другого пространства, двойственного по отношению к нашему пространству. Наше пространство существует вместе с еще одним, двойственным пространством. Инварианты двойственности для многомерных сетей, которые еще не открыты, могут указать на многообразие пространств. Замкнутый путь можно выразить через разомкнутые пути. Разомкнутый путь нельзя выразить через замкнутые пути. Разомкнутый путь одномерный – это линия, отрезок. Замкнутый путь – это также линия, но она охватывает двумерную поверхность, то есть, вводит новое измерение. Аналогично, замкнутый двумерный путь, состоящий из граней, охватывает трехмерный объем, т.е. вводит следующее новое измерение. И так далее… Темная материя, и темная энергия где-то должны располагаться.

На основе тензорного метода расчета процессов при изменении структуры соединения элементов созданы сетевые модели технических, экономических систем.

Данная статья является продолжением публикации заявки на открытие закона сохранения потока энергии, которая была написана в 2012-2013 гг. Далее представлены разделы заявки на открытие.

1.2.2. Название открытия

Закон постоянства суммы рассеиваемых мощностей в двух электрических цепях с двойственной структурой – закон сохранения потока рассеиваемой энергии.

1.2.3. Вводная часть

Открытие относится к области физики, раздел электротехника. Исследование состояло в поиске закона изменения мощности при изменении соединения ветвей в электрической цепи. Автор обнаружил неизвестный ранее закон, согласно которому постоянна сумма мощности, рассеиваемой в двух цепях с двойственной структурой, при любом соединении ветвей. Необходимость существования двойственной цепи, которая может располагаться в пространстве, двойственном к наблюдаемому пространству, выводит данное открытие в область фундаментальных представлений физики о пространстве. Создание сетевых моделей в виде эквивалентных двойственных цепей для моделирования других предметных областей расширяет область данного открытия до применения в теории систем, в том числе, социальных и природных систем.

В работах Г.Крона по тензорному методу исследования сложных систем с помощью электрических цепей, известному под общим названием «диакоптика» [1], возникла проблема инварианта мощности, загадка которого вызвала дискуссии в научном сообществе.

Для построения тензорного анализа сетей Г.Крон в 1930-х гг. [2] постулировал инвариант мощности. Он допустил, что при соединении отдельных ветвей, в которых могут располагаться источники воздействия, в связанную цепь рассеиваемая мощность не меняется, поскольку не меняются источники воздействия. Это допущение было ему необходимо для получения тензорной формы преобразования напряжения. В общем виде мощность не остается постоянной. Мощность не увеличивается при наложении связей, что доказано теоремой Волавера в теории графов [9]. Тензорный метод дает правильные результаты расчета цепей, хотя использует неправильное допущение. Крон также утверждал, что в электрической цепи матрицы преобразования токов при переходе от простейшей цепи к связанной цепи образуют группу. Но при наложении связей меняется число базисных контуров, получаются прямоугольные матрицы, которые не имеют обратных, следовательно, группу не образуют.

За это тензорный метод критиковали на протяжении 30-70-х гг. XX века. Автор дал обзор мнений о работе Крона в [12]. Вместе с тем данный метод обеспечивает совместное исследование процессов и структуры, например, расчет изменения процессов при изменении структуры соединения элементов; позволяет единым методом моделировать сложные системы разных предметных областей. Отличие сетей от топологии в том, что преобразования включают разделения и соединения элементов. Это новый вид математики инженеров, которые разделяют и соединяют элементы конструкции, т.е. меняют структуру, при создании искусственных объектов. Ряд примеров моделей в виде эквивалентных электрических цепей Крон опубликовал в [1]. Автор создал такую модель для задачи межотраслевого баланса. Теория электрических машин Крона в современных учебниках признана классической [59].

Наличие таких противоречий в методе, показавшем практическую применимость, указывало на то, что надо искать решение «в другой плоскости», в соответствии с диалектикой. Для решения проблемы инварианта мощности следовало провести поиск закономерности изменения рассеиваемой мощности при изменении структуры, в частности, при изменении соединения ветвей в электрической цепи.

Автор участвовал в переводе работы Крона «Тензорный анализ сетей» [2]. Перевод вышел в 1978 г. под редакцией Л.Т. Кузина (заведующий кафедрой Кибернетика в МИФИ) и П.Г. Кузнецова, на семинарах которого обсуждались новые понятия, введенные Кроном, проблемы применения тензорного метода в теории систем.

Проблему инварианта мощности пытались решить сотрудник Эйнштейна Б. Гоффман (B. Hoffmann) [3-5], американский тополог Дж. Росс (J.P. Roth) [6-7], сотрудник Крона по Дженерал Электрик Х. Хэпп (Диакоптика и электрические цепи, 1974 г. [8]) и другие.

Автор понял, что надо найти, как меняется мощность при изменении структуры. Лично автором были проведены исследования, расчеты примеров электрических цепей с разной структурой. Оказалось, что мощность постоянна при изменении структуры, но не в одной цепи (сети), а в двух цепях с двойственной структурой. Предметом заявки на открытие является закон постоянства рассеиваемой мощности в двойственных цепях при изменении структуры. По сути, это закон сохранения потока энергии, который имеет фундаментальное значение, обладая не только физическим, но также физико-структурным содержанием. Ключевую роль играют не только физические процессы в элементах, но также связи между элементами системы, в данном случае – между ветвями электрической цепи.

1.2.4. Сведения о приоритете

Автор нашел закон постоянства мощности в двойственных цепях 15.11.1981 при исследованиях с целью поиска закономерности изменения мощности при изменении структуры соединения ветвей в электрической цепи. В 1981-1984 гг. автор проверял открытие, уточнял, детализировал. Был создан программный комплекс СЕТЬ для расчета электрических цепей. Проведено более 100 расчетов примеров цепей на ЭВМ (ЕС 1045, предоставил В.И. Беляков-Бодин) и на бумаге с разным составом ветвей, воздействия источниками напряжения и/или тока, при наличии только собственных импедансов (комплексных сопротивлений) ветвей, или собственных и взаимных импедансов ветвей.

Электронное научное издание «Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление»
www.rypravlenie.ru **том 18 № 4 (57), 2022, ст. 1**

1. Первая публикация, где сообщается об открытии, сделана автором в 1984 г. в автореферате кандидатской диссертации «Тензорный метод расчета сложных систем (на примере балансового планирования)» [10]. На с. 8 автореферата впервые опубликована формулировка постоянства мощности в двойственных цепях:

«Автором обнаружена неизвестная ранее закономерность в распределении мощности в сетях. Она показывает, что при изменениях структуры сети, описываемых группой матриц $C_{\alpha`}^{\alpha}$, суммарная мощность в данной сети *n* (матрица $C_{\alpha`}^{\alpha}$) и сети с двойственной структурой (*<u>n</u>*-сеть, матрица $\underline{C}$ имеет вид

$$\underline{C}_{\alpha`}^{\alpha} = (C_{\alpha`}^{\alpha})^{-1}{}_{t} = {}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha}\;) \qquad (6)$$

остается постоянной.

Эта закономерность является ключевой для разработки тензорного анализа сетей, поскольку, как показано в диссертации, из нее следует тензорная формула преобразования напряжения. (В этом отличие от теории Крона, который получал эту формулу, постулируя инвариантность мощности при преобразовании структуры только одной сети. Такой постулат в общем случае не выполняется)».

Диссертация по этой теме защищена в МИФИ 13 мая 1985 года [11].

2. Более подробно суть открытия изложена в монографии автора: Петров А.Е. «Тензорная методология в теории систем», опубликованной в издательстве «Радио и связь» осенью 1985 года [12]. Автор показал, что предложение Крона рассматривать сеть как «ортогональную», т.е. рассматривать не только контуры, но и другие пути, чтобы использовать квадратную матрицу преобразования, приводит к противоречию. По этому поводу сказано следующее.

«Противоречие это состоит в том, что для получения формул преобразования величин в сети мы используем инвариантность мощности. Между тем в ходе решения задач, мы, получая правильные ответы, убеждаемся, что мощность неинвариантна. Если же мы используем ортогональные преобразования с неособенной матрицей $C_{\alpha`}^{\alpha}$, то мощность инвариантна, но ответ неправильный – полученные токи в сети не соответствуют действительности». (с. 85).

Далее, в разделе 2.4 под названием «Куда исчезает мощность?» представлен первый вариант формулировки инварианта мощности, найденный опытным путем при расчете различных примеров электрических цепей.

«При любых преобразованиях разделения и соединения структуры электрических цепей суммарная мощность, рассеиваемая в контурной и узловой цепи соединенной цепи при контурном и узловом возбуждении, остается постоянной, равной половине суммарной мощности, рассеиваемой в исходной цепи из отдельных ветвей с тем же контурным и узловым возбуждением». (с. 96).

Здесь речь шла об одной части найденной автором ранее неизвестной закономерности – постоянстве *половины* рассеиваемой мощности при изменении связей в одной цепи, возбуждаемой источниками тока и напряжения одинаковой мощности. Возник вопрос – где другая половина мощности источников? Исследования показали, что должна существовать вторая цепь с двойственной структурой. Именно в ней рассеивается мощность, дополняющая мощность в исходной цепи до мощности источников. Это было выражено следующей формулировкой найденной ранее неизвестной закономерности.

«При любых способах соединения ветвей в электрической цепи суммарная мощность, рассеиваемая в цепях с данной и двойственной структурой, есть величина постоянная.

Если вспомнить, что мощность – характеристика потока электрической энергии в цепи, то эту закономерность можно записать еще так. При любых преобразованиях структуры цепи, составленной из одних и тех же ветвей, суммарный поток энергии в цепях с данной и двойственной структурой остается величиной постоянной. Найденную закономерность можно записать следующей общей формулой:

$$ {}^{m}P + {}^{j}P = {}^{m}P' + {}^{j}P' + {}^{m}\underline{P}' + {}^{j}\underline{P}'. \qquad (2.72)$$

Важной особенностью новой формулировки является то, что исчезает зависимость от типа возбуждения цепи, а также необходимость связывать между собой мощности, рассеиваемые в цепи при контурном и узловом возбуждении. Действительно, если имеется только контурное возбуждение, то сохранение мощности означает, что мощность, рассеиваемая источниками напряжения в данной и двойственной цепях, остается постоянной независимо от соединения ветвей, а также от значения и наличия источников тока. Аналогично, если имеется только узловое возбуждение, то мощность, рассеиваемая источниками тока, постоянна независимо от способа соединения ветвей и от наличия и значения источников напряжения». С. 101.

Таким образом, в данной работе были представлены два типа постоянства мощности. Постоянство мощности, рассеиваемой в *одной* цепи от источников тока и напряжения при изменении структуры.

Постоянство мощности, рассеиваемой в *двух* двойственных цепях при изменении структуры от источников любого вида: от источников тока или от источников напряжения. Эти два типа были представлены на круговой диаграмме постоянства мощности при

Электронное научное издание «Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление»
www.rypravlenie.ru **том 18 № 4 (57), 2022, ст. 1**

изменении структуры двойственных сетей, а также подтверждены представленными примерами расчета изменения мощности в сети при изменении структуры. Диаграмма представлена на рис. 2.10 на стр. 97; а пример «вращения» диаграммы при изменении мощности в двух двойственных сетях из семи ветви при сохранении суммы их мощностей представлен на рис. 2.12, с. 105.

3. На основе найденной закономерности постоянства мощности были получены алгоритмы расчета сетей с переменной структурой. В том числе, расчет при разделении сети на отдельные подсети и расчет по частям с возможным применением ЭВМ с параллельной архитектурой. Эти алгоритмы опубликованы в работе автора «Тензорный анализ сетей и параллельные вычисления» в 1991 г. [13]. Закономерность постоянства мощности здесь представлена на с. 8 как постоянство суммы квадратов длины вектора (представляющего поток энергии в сети) при его разложении по путям базиса структуры в данной и двойственной сети. Из этого условия были получены тензорные формулы преобразования ковариантных и контравариантных компонент вектора (напряжений и токов). На с. 8-9 представлены следующие формулировки.

«Формула преобразования ковариантных проекций получается из условия постоянства квадратов длины вектора $\boldsymbol{d}_{\alpha}$

$$|\boldsymbol{d}_{\alpha}|^2 = |\boldsymbol{d}_{\alpha}|^2 + |\boldsymbol{d}_{\underline{\alpha}}|^2 \tag{8}$$

В таком виде это показывает, что длины векторов подчиняются теореме Пифагора, а это является следствием взаимной ортогональности двойственных подпространств».

Далее, разлагая эти векторы по базисам путей, получены формулы преобразования контравариантных, ковариантных компонент вектора и метрического тензора. На этой основе получены матрицы решения контурной и узловой сети, т.е. матрицы, умножая которые на воздействия в свободных ветвях, получаем сразу отклики в ветвях связанной сети. Это матрицы решения для замкнутых путей и для разомкнутых путей.

«…Через ${}^{m}Y_c$ – обозначена матрица, назовем ее матрица решения:

$${}^{m}Y_c = {}^{m}C_{\alpha`}{}^{\alpha}{}_{t}\,({}^{m}C_{\alpha`}{}^{\alpha}\,Z_{\alpha\beta}\,{}^{m}C^{\beta}{}_{\beta`t})^{-1}\,{}^{m}C_{\beta`}{}^{\beta},$$

умножение которой на вектор воздействия дает вектор отклика в ветвях связанной сети с данной структурой. Аналогично, для j–путей получим матрицу решений ${}^{j}Z_c$ для вектора источников тока:

$${}^{j}Z_c = {}^{m}\underline{C}_{\alpha`}{}^{\alpha}{}_{t}\,({}^{m}\underline{C}_{\alpha`}{}^{\alpha}\,\underline{Z}_{\alpha\beta}\,{}^{m}\underline{C}^{\beta}{}_{\beta`})^{-1}\,{}^{m}\underline{C}_{\beta`}{}^{\beta}$$

В этих терминах выражение (8) можно представить в виде:

$$Z\,^{m}Y_{c} + {}^{j}Z_{c}\,Y = I,$$

где I – единичная матрица соответствующего порядка. Этот закон, представленный как постоянство суммарной мощности или закон сохранения потока энергии в двойственных сетях, соединены метрические Z и структурные C характеристики пространства H, рассмотрен в работе «Тензорная методология в теории систем» [12]. Это принципиально отличает сети от графов или симплициальных комплексов комбинаторной топологии».

Таким образом, в данной работе сделан шаг к исследованию абстрактного свойства двойственности структуры. Это свойство является математической основой физических свойств закона постоянства мощности в двойственных цепях. Кроме того, в данной работе представлено применение открытого закона постоянства мощности при изменении структуры двойственных сетей для получения алгоритмов расчета сетей (и сетевых моделей сложных систем) с переменной структурой, включая декомпозицию и расчет по частям с организацией параллельных вычислений.

4. Дальнейшие результаты исследования открытого закона постоянства мощности были опубликованы в докторской диссертации автора «Тензорный метод двойственных сетей», защищенной в МИФИ в 1998 году [15].

В автореферате диссертации «Тензорный метод двойственных сетей» [14] даны формулировки абстрактного содержания открытия, и его физический смысл как закона сохранения потока энергии. Показано, в чем состоит основное фундаментальное содержание открытия как постоянства мощности в двойственных электрических цепях при изменении структуры соединения ветвей.

5. Наиболее подробно открытие сформулировано в монографии автора «Тензорный метод двойственных сетей», которая издана в 2007 г. [16], а в расширенном виде представлена в Интернете, в том числе на сайтах кафедры САПР МГГУ [43] и кафедры УИР Университета природы, общества и человека «Дубна» [42].

6. Формулировка открытия (закон постоянства суммарной рассеиваемой мощности в двух электрических цепях с двойственной структурой – закон сохранения потока энергии), следствия и возможные применения результатов открытия представлены в ряде публикаций, статей, а также докладах автора на конференциях и семинарах в 1989-2013 гг. [17-56].

1.2.5. Сущность открытия

Терминология и определения

Экспериментальные основы открытия связаны с расчетами электрических цепей. Электрические цепи состоят из ветвей, которые могут обладать сопротивлениями собственными и взаимными (резисторы и индуктивности). Они могут возбуждаться источниками тока и напряжения (ЭДС). Расчет цепи состоит в определении откликов на ветвях на приложенные воздействия (возбуждения), которые должны удовлетворять закону Кирхгофа для токов в узлах, и закону Кирхгофа для напряжений в контурах. В этом отношении нет отличий от терминологии, принятой в электротехнике.

Математические основы открытия определяются отношениями между абстрактными объектами – сетями. Связанные с этим понятия требуют определений, поскольку отличаются от известных математических объектов. Например, в отличие от графов, в сети может меняться количество узлов при изменении соединений между ветвями, т.е. при изменении структуры. Измеримые величины потоков в сетях рассматриваются как геометрические объекты, представленные в координатах замкнутых и разомкнутых путей в структуре сети.

Ветвь. Ветви представляют собой одномерные отрезки и могут соединяться нульмерными границами – узлами (точками). Совокупность таких ветвей определяет сеть (одномерную сеть). *Количество границ ветвей* – узлов *может меняться* при изменении структуры. Изменения структуры состоят в *соединении и разъединении* ветвей в сети. Ветви можно соединять путем совмещения, слияния узлов. Ветви можно разъединять путем разделения соединенных узлов.

Ориентация ветви определяется заранее заданным порядком прохождения от одной границы до другой границы, и не меняется на протяжении анализа. Каждая ветвь определяет одно измерение в абстрактном пространстве сети. Размерность такого пространства равна количеству ветвей, составляющих данную сеть.

Ветви составляют замкнутые и разомкнутые пути.

Путь – это одна или несколько ветвей сети. Путь задан узлом начала, узлом окончания и совокупностью ветвей, через которые он проходит. Узел конца ветви является узлом начала одной следующей ветви, т.е. пути непрерывные и без ветвлений. Пути играют роль координат в пространстве сети. Если начальный и конечный узлы пути совпадают, то путь *замкнутый* (контур), в противном случае – *разомкнутый*. Ориентацию пути определяет порядок прохождения по ветвям от одной границы к другой. Ориентация пути может совпадать с ориентацией составляющих его ветвей или быть противоположной; это определяют знаки плюс или минус, с которыми каждая ветвь входит в состав пути.

*Метрическая характеристика***.** Ветвь может иметь *вес*, который представляет собой характеристику «масштаба» данной ветви, по аналогии с массой, электрическим сопротивлением, теплоемкостью в физике или коэффициентом прямых затрат в экономике и т.д. Вес ветви задается изначально, и является ее постоянной характеристикой в данной сети. Вес может быть задан целым, рациональным числом, комплексным числом, функцией. Эти величины определяют пропорции между воздействием и откликом. Если веса всех ветвей равны единицам, то можно говорить, что метрика единичная. Это не означает отсутствия метрики как таковой – физическая размерность элементов (массы, сопротивления, и т.д.) сохраняется при любых числовых значениях. Если метрика единичная, то численные значения воздействия и отклика равны, как равны в декартовых координатах ковариантные и контравариантные компоненты вектора.

Свободная сеть и связанная сеть. Ветви *свободные*, если их границы отделены друг от друга, иначе ветви *связанные,* составляют *связанную сеть*. Через каждую свободную ветвь проходит путь. Будем считать, что в свободной сети все ветви (и пути в них) или замкнутые, или разомкнутые. Одни пути, как наборы ветвей, можно выражать через другие пути. Например, пути в связанной сети выразить через пути в свободной сети.

Если путь нельзя выразить через ранее выбранные пути в виде линейной комбинации, то этот путь линейно независимый. Множество линейно независимых путей образует базис в пространстве путей сети. Особенность сети в том, что таких базисов два – базис замкнутых путей и базис разомкнутых путей, которые определяют подпространства, ортогональные по отношению друг к другу. Размыкание замкнутого пути создает разомкнутый путь, замыкание разомкнутого пути создает замкнутый путь.

При связывании свободных ветвей их границы-узлы соединяются или разъединяются, в результате некоторые пути должны проходить через несколько ветвей. При этом замкнутые пути могут разомкнуться, а разомкнутые замкнуться. Меняется число *независимых* замкнутых и разомкнутых путей, т.е. размерность подпространств путей каждого типа. Матрицы таких преобразований прямоугольные, они не имеют обратных, следовательно, не образуют группу.

Обозначим количество ветвей в сети через n, узлов – J, подсетей – s, независимых замкнутых путей – m, независимых разомкнутых путей – j. Их связывают соотношения:

$$j = J - s, \tag{1}$$

$$n = m + j. \tag{2}$$

Преобразование путей при изменении структуры. Независимые замкнутые и разомкнутые пути в сети образуют базис системы координат в структуре сети. При изменении структуры сети (соединении и/или разъединении ветвей), пути могут изменяться. Выражение путей в одной сети через пути в другой сети соответствует преобразованию координат. Полный набор линейно независимых путей в сети образует базис. Другие пути, не вошедшие в базис, выражаются в виде линейных комбинаций путей базиса. Коэффициенты при выражении путей одного базиса через пути другого базиса составляют матрицу преобразования путей.

Пример построения базиса путей представлен на рис. 1. Здесь базис путей p_{α} сети α из четырех свободных ветвей на рис. 1.б, преобразуется в базис путей $p_{\beta`}$ сети β из тех же ветвей $n = 4$, одна подсеть, $s = 1$, с тремя узлами, $J = 3$ на рис. 1.а. Индексы α, β принимают значения от 1 до 4, перечисляя все пути. В сети из свободных ветвей полагаем, что пути совпадают с направлением ветвей, но могут отличаться по ориентации.

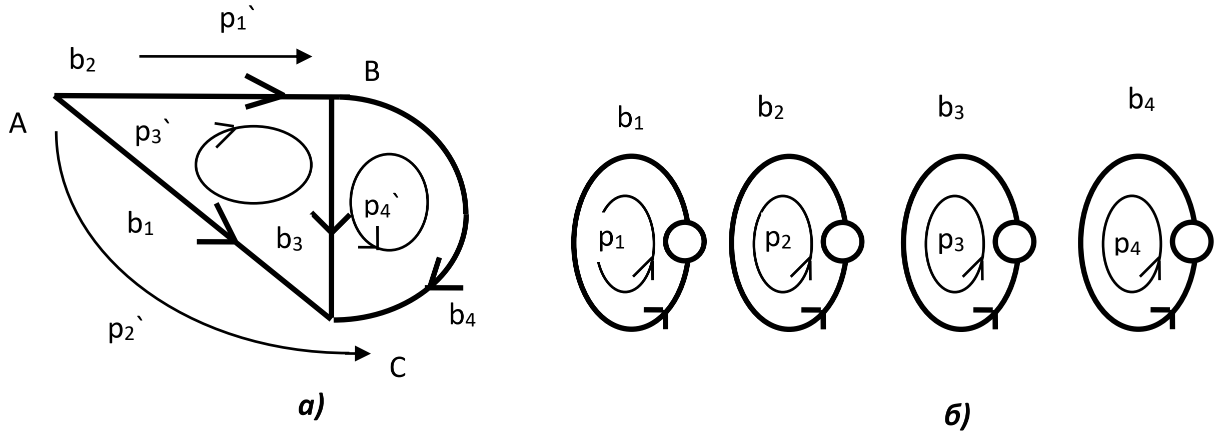

Рис. 1. Базис замкнутых, *m* и разомкнутых, *j* путей в сети
***а* – базисные пути в связанной сети; *б* – базисные пути в свободной сети**

Выбранные в связанной сети пути выражаются через пути в свободных ветвях (которые совпадают с ветвями):

$$\begin{array}{lcrrrrllllllll}
p_{\beta`} & & & C_{\beta`}^{\alpha} & & & & p_{\alpha} & & & & & \\
p_1` & = & & b_2 & & & ; & p_1 = & b_1 & & & & \\
p_2` & = & b_1 & & & & ; & p_2 = & & b_2 & & & p_{\beta`} = C_{\beta`}^{\alpha} p_{\alpha} \\
p_3` & = & -b_1 & +b_2 & +b_3 & & ; & p_3 = & & & b_3 & & \\
p_4` & = & & & b_3 & -b_4 & ; & p_4 = & & & & b_4 &
\end{array}$$

Коэффициенты выражения базиса в связанной сети через пути в свободных ветвях составляют матрицу преобразования путей:

$$p_{\beta`} = C_{\beta`}^{\alpha} p_{\alpha}.$$

$$C_{\beta}^{\alpha} = \begin{array}{c|cccc|cc} \beta \backslash \alpha & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & & \\ \hline p_1` & & 1 & & & j & \multirow{2}{*}{${}^{j}C$} \\ p_2` & 1 & & & & j & \\ p_3` & -1 & 1 & 1 & & m & \multirow{2}{*}{${}^{m}C$} \\ p_4` & & & 1 & -1 & m & \\ \hline \end{array}$$

Индексы в левом верхнем углу указывают, какой набор путей перечисляется по данным строкам или столбцам. Справа буквы обозначают вид пути, например, j – разомкнутый путь, или m – замкнутый путь. Базис путей можно представить разложением по отдельным ветвям, которое показывает, из каких ветвей состоит данный путь, и какая ориентация пути относительно направления этих ветвей. В матрице строки перечисляют, сколько и каких ветвей (путей в ветвях), с какой ориентацией, составляют данный путь. Элементы столбцов показывают, в какие пути, сколько раз и с какой ориентацией входит данная ветвь.

Обратное преобразование, т.е. выражение путей в свободных ветвях через пути в связанной сети, а также матрица преобразования от базисных путей в связанной сети к базисным путям в сети свободных ветвей, имеет вид:

$$\begin{array}{llllll} p_1 = & b_1 = & & +p_2` & & \\ p_2 = & b_2 = & +p_1` & & & \\ p_3 = & b_3 = & -p_1` & +p_2` & +p_3` & \\ p_4 = & b_4 = & -p_1` & +p_2` & +p_3` & -p_4` \end{array}$$

$$C_{\alpha}^{\beta} = A_0{}^{\alpha}{}_{t} = \begin{array}{c|cccc|} \alpha \backslash \beta & p_1` & p_2` & p_3` & p_4` \\ \hline p_1 & & 1 & & \\ p_2 & 1 & & & \\ p_3 & -1 & 1 & 1 & \\ p_4 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ \hline & j & j & m & m \end{array}$$

$$p_{\alpha} = C_{\alpha}^{\beta} \cdot p_{\beta}$$

Матрицы преобразования путей используются для теоретического обоснования сути открытия, а также при проведении расчетов для экспериментального подтверждения найденного закона постоянства мощности при изменении структуры.

Теоретическая сущность открытия

Методы расчета цепей. Задача расчета цепи состоит в определении *откликов* в *соединенных* ветвях $\alpha = 1,..., n$ при заданных *воздействиях в отдельных* ветвях, причем должны удовлетворяться законы Кирхгофа о равенстве нулю суммы токов в каждом узле и равенстве нулю суммы напряжений в каждом контуре.

В электротехнике расчет электрической цепи выполняют с помощью контурного или узлового метода. Если цепь возбуждается источниками ЭДС (напряжения), то базис составляют замкнутые пути, контуры. Назовем эту цепь *контурной цепью*, а связанные с ней величины обозначим индексом m (*mesh* – контур). Обозначим строчными буквами токи i^{α} и напряжения e_{α}, а матрицу сопротивлений обозначим буквой $Z_{\alpha\beta}$. Если цепь возбуждается источниками тока, то базис составляют пары узлов, разомкнутые пути. Цепь с источниками тока назовем *узловой цепью*, а связанные с ней величины обозначим индексом j (junction – узел). Обозначим заглавными буквами токи I^{α} и напряжения E_{α}, а матрицу проводимости обозначим буквой Y, $Y^{\alpha\beta} = (Z_{\alpha\beta})^{-1}$.

Если воздействия – источники ЭДС (напряжения) e_{α}, то откликами (переменными) являются токи i^{α}. Уравнения поведения на основе закона Ома составляют по независимым контурам базиса и производят расчет токов в этих контурах:

$$\begin{aligned} e_{1`} &= z_{11}\, i^{1`} + z_{12}\, i^{2`} + \dots + z_{1m}\, i^{m`} \\ &\dots \qquad \dots. \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ e_{m`} &= z_{m1}\, i^{1`} + z_{m2}\, i^{2`} + \dots + z_{mm}\, i^{m`}, \end{aligned} \qquad (3)$$

где $m`$ – число независимых контуров, z_{kk} – собственное сопротивление контура k, равное сумме комплексных сопротивлений (импедансов) входящих в контур, а z_{kl} – взаимное (общее) сопротивление, принадлежащее одновременно контурам k и l. Эту систему уравнений можно записать в матричном виде:

$$e_{\alpha`} = Z_{\alpha`\beta`}\, i^{\beta`}. \qquad (4)$$

Ее решение достигается обращением матрицы $y^{\alpha`\beta`} = (Z_{\alpha`\beta`})^{-1}$, тогда:

$$i^{\beta`} = (Z_{\alpha`\beta`})^{-1}\, e_{\alpha`} = y^{\alpha`\beta`}\, e_{\alpha`} \qquad (5)$$

По m токам в контурах $i^{\beta`}$ можно определить $n$ измеримых токов в ветвях $i^{\beta}_{c}$, а затем и $n$ напряжений в ветвях $e_{\alpha c} = z_{\alpha\beta}\, i_c^{\beta}$, что является решением задачи цепи. *Мощность* в цепи рассчитывают как сумму произведений контурных токов и напряжений ${}^{m}P` = e_{\alpha`}\, i^{\alpha`}$ или в отдельных ветвях связанной цепи ${}^{m}P` = {}^{m}P_c = e_{\alpha c}\, i_c^{\alpha}$. *По одинаковым верхним и нижним индексам предполагается суммирование*.

Если воздействия – источники тока I^{α}, то отклики (переменные) – напряжения E_{α}, для которых уравнения составляют по выбранным независимым парам узлов – разомкнутым путям (остальные напряжения – их линейные комбинации). Можно записать, как в (3), систему уравнений для этих $j = n - m$ пар узлов (разности потенциалов отсчитывают относительно базисного узла) в матричном виде (4):

$$I^{\alpha`} = Y^{\alpha`\beta`}\, E_{\beta`}. \qquad (6)$$

Решение этой системы также достигается обращением матрицы:

$$E_{\beta`} = (Y^{\alpha`\beta`})^{-1}\, I^{\alpha`} = Z_{\alpha`\beta`}\, I^{\alpha`}. \qquad (7)$$

Полученные так $j`$ напряжений в разомкнутых путях $E_{\beta`}$ позволяют определить n напряжений в ветвях $E_{c\beta}$, а затем и n токов в ветвях $I_c{}^{\alpha} = Y^{\alpha\beta} E_{c\beta}$; это решением является задачи цепи. *Мощность*, рассеиваемую в цепи, рассчитывают как сумму произведений узловых токов и напряжений ${}^jP` = I^{\alpha`} E_{\alpha`}$, или в отдельных ветвях связанной цепи ${}^jP_c = I^{\alpha}{}_c\ E_{\alpha c}$.

$$ {}^jP` = I^{\alpha`} E_{\alpha`} = {}^jP_c = I^{\alpha}{}_c\ E_{\alpha c}. \quad (8)$$

Аналогичное соотношение действует и для контурных величин, показывая, что мощность, характеризующая поток энергии в сети, не зависит от системы координат, в которой она представлена. Т.е. – в *выбранных в качестве системы координат* контурах, разомкнутых путях; или в ветвях, где величины можно измерить.

Расчет сети (цепи) тензорным методом. Рассмотренные два алгоритма определяют контурный метод и узловой метод расчета цепи. Крон представил их как преобразования тензоров в пространстве сети, где сопротивление играет роль метрического тензора, а токи и напряжения – это контравариантные и ковариантные компоненты вектора потока энергии.

Тензорный метод позволил построить единую теорию электрических машин и цепей. Принцип тензорного метода состоит в том, что расчет производится для наиболее простой системы, а затем преобразованием координат переходят к исследуемой системе.

Предполагается, что уравнения поведения системы имеют одинаковую форму для любой структуры соединения элементов. Для цепи наиболее простая система – это цепь из отдельных, свободных ветвей. Преобразование координат к исследуемой, связанной цепи осуществляется с помощью матриц преобразования путей, которые рассмотрены выше.

Токи $i^{□}$ и напряжения $e_{□}$ на свободных ветвях связаны законом Ома вида (4) для источников напряжения, или вида (6) для источников тока. Мощность определяется по формуле вида (8). В связанной сети уравнения поведения имеют такую же форму. Таким образом, для *источников напряжения* в цепи из свободных *замкнутых* ветвей имеем:

$$e_{\alpha} = Z_{\alpha\beta}\, i^{\beta}{}_0. \quad (9)$$

При этом падения напряжения (отклики на ветвях) $e^0{}_{\alpha}$, равны значениям источников напряжения (ЭДС) $e^0{}_{\alpha} = e_{\alpha}$. В связанной цепи величины обозначим штрихами:

$$e_{\alpha`} = Z_{\alpha`\beta`}\ i^{\beta`}. \quad (10)$$

Получим формулы преобразования величин в контурной цепи при изменении структуры связей ветвей. Например, при соединении свободных ветвей в связанную цепь. Поток энергии ${}^m\boldsymbol{d}$ в цепи создает токи в ветвях; их можно представить токами в базисе путей. В цепи свободных ветвей ${}^m\boldsymbol{d} = i^{\beta}\, p_{\beta}$ в базисе путей p_{β}, а в связанной цепи ${}^m\boldsymbol{d} = i^{\beta`}\, p_{\beta`}$ в базисе путей $p_{\beta`}$. Пути в связанной цепи выражаются через пути в свободных ветвях через матрицу преобразования $p_{\beta`} = C_{\beta`}{}^{\alpha}\, p_{\alpha}$.

Полагая, вслед за Кроном, что вектор потока энергии при изменении структуры связей ветвей не меняется, можем записать $p_{\beta}\, i^{\beta} = p_{\beta`}\, i^{\beta`} = C_{\beta`}{}^{\beta}\, p_{\beta}\, i^{\beta`}$. Отсюда токи в связанной сети выражаются через токи в свободных ветвях по формуле:

$$i^{\beta`} = (C_{\beta`}{}^{\beta})^{-1}{}_{t}\, i^{\beta}. \tag{11}$$

Токи преобразуются контравариантно относительно базиса путей, индекс t означает транспонирование матрицы. Крон утверждал, что *рассеиваемая мощность в цепи не меняется при переходе от свободных ветвей к связанным ветвям, поскольку не меняется мощность источников*, т.е. $P = e_{\alpha}\, i^{\alpha} = P` = e_{\alpha`}\, i^{\alpha`}$. (Однако *мощность в цепи меняется,* это есть проблема инварианта мощности). Отсюда получим формулу преобразования напряжения, используя формулу преобразования тока:

$$e_{\alpha}\, i^{\alpha} = e_{\alpha`}\, i^{\alpha`} = e_{\alpha`}\, (C_{\alpha`}{}^{\alpha})^{-1}{}_{t}\, i^{\alpha}.$$

Транспонируя и умножая на обратную матрицу, получим формулу преобразования напряжения при переходе от свободных ветвей к связанным ветвям:

$$e_{\alpha`} = C_{\alpha`}{}^{\alpha}\, e_{\alpha} \tag{12}$$

Отсюда получим формулу преобразования импеданса, используя (9) и (10):

$$e_{\alpha} = Z_{\alpha\beta}\, i^{\beta}; \qquad (C_{\alpha`}{}^{\alpha})^{-1}\, e_{\alpha`} = Z_{\alpha\beta}\, C^{\beta}{}_{\beta`}\, i^{\beta`} \tag{13}$$

Умножая обе части на обратную матрицу, сравнивая (9) и (10), получим формулу преобразования комплексного сопротивления (импеданса).

$$Z_{\alpha`\beta`} = C_{\alpha`}{}^{\alpha}\, Z_{\alpha\beta}\, C_{\beta`}{}^{\beta}{}_{t} \tag{14}$$

Расчет цепи для источников напряжения. Заданы матрица импедансов свободных ветвей $Z_{\alpha\beta}$ и источники напряжения (ЭДС) e_{α}. Надо найти токи в ветвях связанной цепи. В сети замкнутых свободных ветвей, где количество переменных совпадает с числом ветвей, расчет по формуле с использованием (9): $i^{\beta} = (Z_{\alpha\beta})^{-1}\, e_{\alpha}$. В связанной сети число переменных (независимых контуров), вообще говоря, меньше числа ветвей. Получив матрицу преобразования путей, можно от заданных $Z_{\alpha\beta}$ и e_{α} в простейшей сети перейти к величинам базиса путей в связанной сети с помощью формул (12) и (14). Затем по уравнению поведения связанной цепи (10) получить токи в базисных замкнутых путях. Т.е. из $e_{\alpha`} = Z_{\alpha`\beta`}\, i^{\beta`}$ получим $i^{\beta`} = (Z_{\alpha`\beta`})^{-1}\, e_{\alpha`}$ и подставим сюда (12) и (14). Получим:

$$i^{\beta`} = ({}^{m}C_{\alpha`}{}^{\alpha}\, Z_{\alpha\beta}\, {}^{m}C_{\beta`}{}^{\beta}{}_{t})^{-1}\, {}^{m}C_{\alpha`}{}^{\alpha}\, e_{\alpha} \tag{15}$$

Индекс *m* означает, что используется та часть матрицы преобразования, которая относится к замкнутым путям, базисным контурам в связанной цепи.

Токи в контурах представляют компоненты в базисных путях. Используя (11) перейдем к *измеримым величинам* токов в отдельных ветвях связанной цепи, которые обозначим $i^{\beta}{}_{c}$. Тогда получим расчет откликов (токов) в ветвях по исходным источникам e_{α}.

$$i^{\beta}{}_{c} = {}^{m}C_{\alpha`}{}^{\alpha}{}_{t}\, i^{\beta`} = {}^{m}C_{\alpha`}{}^{\alpha}{}_{t}\, ({}^{m}C_{\alpha`}{}^{\alpha}\, Z_{\alpha\beta}\, {}^{m}C_{\beta`}{}^{\beta}{}_{t})^{-1}\, {}^{m}C_{\alpha`}{}^{\alpha}\, e_{\alpha} \tag{16}$$

Все выражение перед вектором источников ЭДС e_{α} обозначим Y_{c} и назовем матрицей решения, $Y_{c} = {}^{m}C_{\alpha`}{}^{\alpha}{}_{t}\, ({}^{m}C_{\alpha`}{}^{\alpha}\, Z_{\alpha\beta}\, {}^{m}C_{\beta`}{}^{\beta}{}_{t})^{-1}\, {}^{m}C_{\alpha`}{}^{\alpha}$, умножение которой на e_{α} позволяет сразу получить отклики в ветвях $i^{\beta}{}_{c}$. Отсюда получим напряжения на ветвях, $e^{c}{}_{\alpha}$.

$$e^{c}{}_{\alpha} = Z_{\alpha\beta}\, i^{\beta}{}_{c} = Z_{\alpha\beta}\, {}^{m}C_{\alpha`}{}^{\alpha}{}_{t}\, ({}^{m}C_{\alpha`}{}^{\alpha}\, Z_{\alpha\beta}\, {}^{m}C_{\beta`}{}^{\beta}{}_{t})^{-1}\, {}^{m}C_{\alpha`}{}^{\alpha}\, e_{\alpha} \tag{17}$$

Токи и напряжения в ветвях должны подчиняться законам Кирхгофа, что и является проверкой правильности решения.

Мощность, рассеиваемая в простейшей цепи, ${}^{m}P_{0} = e_{\alpha}\ i^{\alpha}$ равна мощности источников.

Мощность, рассеиваемая в контурах связанной цепи ${}^{m}P` = e_{\alpha`}\, i^{\alpha`}$.

Мощность в отдельных ветвях связанной цепи ${}^{m}P_{c} = i^{\alpha}{}_{c}\, e^{c}{}_{\alpha} = {}^{m}P`$.

Расчет цепи для источников тока. Заданы матрица проводимостей свободных ветвей $Y^{\alpha\beta} = (Z_{\alpha\beta})^{-1}$ и источники тока I^{α}. Надо найти напряжения на ветвях связанной цепи $E^{c}{}_{\alpha}$. В цепи разомкнутых свободных ветвей количество переменных совпадает с числом ветвей. Матрицей преобразования путей для узловой цепи является $A^{\alpha`}{}_{\alpha} = (C_{\beta`}{}^{\beta}{}_{t})^{-1}$. Источники тока представим как ток, входящий в один узел цепи, и уходящий через другой узел. Базисом являются разомкнутые пути, которые преобразует часть матрицы $A^{\alpha`}{}_{\alpha}$ – подматрица ${}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha}$, строки которой соответствуют разомкнутым путям.

Для *источников тока* в свободной цепи (ветви считаем разомкнутыми) имеем:

$$I^{\alpha} = Y^{\alpha\beta}\, E_{\alpha 0}. \tag{18}$$

Токи в ветвях $I^{\alpha}{}_{0}$, равны значениям источников тока $I^{\alpha}{}_{0} = I^{\alpha}$. В связанной цепи имеем:

$$I^{\alpha`} = Y^{\alpha`\beta`}\, E_{\alpha`}. \tag{19}$$

Формулу преобразования тока при переходе от свободных ветвей к разомкнутым путям в связанных ветвях получим подобно формуле преобразования напряжения (12):

$$I^{\alpha`} = {}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha}\, I^{\alpha} \tag{20}$$

Рассуждениями, как для контурной цепи, получим формулу преобразования комплексной проводимости (адмиттанса).

$$Y^{\alpha`\beta`} = {}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha}\, Y^{\alpha\beta}\, {}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha\, t} \tag{21}$$

Расчет цепи для источников тока (разомкнутые пути). В простейшей сети свободных ветвей расчет по формуле с использованием (18): $E_{\alpha 0} = (Y^{\alpha\beta})^{-1} I^{\alpha}$. В связанной сети независимых разомкнутых путей меньше, чем ветвей в простейшей сети. Можно от заданных в простейшей сети $Y^{\alpha\beta}$ и I^{α} с помощью матрицы ${}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha}$ перейти к величинам для базиса путей в связанной сети. Затем подставить их в уравнение связанной сети (19) и получить напряжения в базисных разомкнутых путях, т.е. $E_{\alpha`} = (Y^{\alpha`\beta`})^{-1} I^{\alpha`}$. Подставим сюда (20) и (21):

$$E_{\alpha`} = ({}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha}\, Y^{\alpha\beta}\, {}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha\, t})^{-1}\, {}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha}\, I^{\alpha} \qquad (22)$$

Напряжения в разомкнутых путях представляют компоненты в системе координат базисных путей. Можно перейти к *измеримым величинам* напряжений в отдельных ветвях связанной цепи, которые обозначим $E_{\alpha}{}^{c}$. Тогда получим формулу расчета откликов (напряжений) в ветвях по исходным воздействиям в свободных ветвях I^{α}.

$$E_{\alpha}{}^{c} = {}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha\, t}\, E_{\alpha`} = {}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha\, t}\, ({}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha}\, Y^{\alpha\beta}\, {}^{j}A_{\beta}{}^{\beta`}{}_{t})^{-1}\, {}^{j}A_{\beta}{}^{\beta`}\, I^{\beta} \qquad (23)$$

Все выражение перед вектором источников тока I^{β} обозначим Z_c и назовем матрицей решения, $Z_c = {}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha\, t}\, ({}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha}\, Y^{\alpha\beta}\, {}^{j}A_{\beta}{}^{\beta`}{}_{t})^{-1}\, {}^{j}A_{\beta}{}^{\beta`}$, умножение которой на I^{β} позволяет сразу получить отклики в ветвях $E_{\alpha}{}^{c}$. Отсюда получим токи в ветвях, которые обозначим $I^{\beta}{}_{c}$

$$I^{\beta}{}_{c} = Y^{\alpha\beta}\, E_{\alpha}{}^{c} = Y^{\alpha\beta}\, {}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha\, t}\, ({}^{j}A^{\alpha`}{}_{\alpha}\, Y^{\alpha\beta}\, {}^{j}A_{\beta}{}^{\beta`}{}_{t})^{-1}\, {}^{j}A_{\beta}{}^{\beta}\, I^{\beta} \qquad (24)$$

Токи и напряжения в ветвях должны подчиняться законам Кирхгофа, что и является проверкой правильности решения. Мощность, рассеиваемая в простейшей цепи ${}^{j}P_0 = I^{\alpha}{}_{0}\, E_{\alpha 0}$ равна мощности источников.

Мощность, рассеиваемая в разомкнутых путях связанной цепи ${}^{j}P` = I^{\alpha`}\, E_{\alpha`}$

Мощность в отдельных ветвях связанной цепи ${}^{j}P_c = E_{\alpha}{}^{c}\, I^{\alpha}{}_{c} = {}^{j}P`$.

Сущность открытия постоянства мощности в одной цепи при изменении структуры. Первоначально была обнаружена закономерность постоянства мощности в одной цепи при условии, что равны мощности источников тока и напряжения, заданные в каждой ветви, т.е. ${}^{j}P_0 = {}^{m}P_0$. Оказалось, что сумма мощности, рассеиваемой в замкнутых путях связанной цепи ${}^{m}P_c = {}^{m}P`$ и в разомкнутых путях связанной цепи ${}^{j}P_c = {}^{j}P`$ равна мощности источников тока ${}^{j}P_0$ *или* источников напряжения ${}^{m}P_0$. Данная закономерность при изменении соединения ветвей, структуры связей, в одной цепи имеет вид следующий.

$${}^{m}P_c + {}^{j}P_c = {}^{m}P` + {}^{j}P` = {}^{m}P_0 = {}^{j}P_0\,, \qquad (25)$$

или $${}^{m}P_c + {}^{j}P_c = ½\, ({}^{m}P_0 + {}^{j}P_0)$$

Найденная закономерность постоянства мощности не следует из ранее известных теоретических положений и экспериментальных фактов. Это самостоятельная физическая закономерность, которая определяется свойствами структуры и проявляется при прохождении потока энергии в электрической цепи.

Двойственные цепи (сети). Сущность открытия проявляется также не в одной цепи, а для двух цепей, структура которых двойственна по отношению друг к другу. Для одной цепи закон постоянства мощности имеет странный характер – при изменениях структуры, в том числе, при соединении ветвей в цепь, остается постоянной половина мощности источников тока и напряжения. Это подтверждено многочисленными опубликованными автором примерами расчетов. Где-то должна располагаться вторая половина.

Продолжение следует.

Литература

1. Крон Г. Исследование сложных систем по частям (диакоптика). М.: Наука, 1972. – 544 с.
2. Крон Г. Тензорный анализ сетей: Пер. с англ. /Под ред. Л.Т. Кузина, П.Г. Кузнецова. М.: Сов. Радио, 1978. – 720 с.
3. Hoffmann B. Kron's method of subspaces. – Quart. Appl. Math., 1944, v.11, oct., p.218–231.
4. Hoffmann B. Kron's Non-Riemannian Electrodynamics. – Rev. Mod. Phys. (Einstein's 70-th birthday commemorative issue), 1949, v. 21.
5. Hoffmann B. Power invariance. - Matrix and Tensor Quart., 1957, v. 7, Sept., p. 2–4.
6. Roth J.P. An application of algebraic topology to numerical analysis. On the existence of a solution to the network problem. – Proc. National Acad. of Sciences, v. 41, – 7б 1955, pp. 518–521.
7. Roth J.P. An application of algebraic topology: Kron's method of tearing. – Quart. Appl. Math., 1959, v. 17, № 1. – pp. 1–24.
8. Хэпп Х.Х. Диакоптика и электрические цепи. М.: Мир, 1974.
9. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы: Пер. с англ. /ред. В.А.Горбатов. – М.: Мир, 1984. – 455 с.
10. Петров А.Е. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.01 (техническая кибернетика и теория информации) на тему «Тензорный метод расчета сложных систем (на примере балансового планирования)». М: МИФИ, 1984. – 18 с.

11. Петров А.Е. Тензорный метод расчета сложных систем (на примере балансового планирования). – диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. – М.: МИФИ, 1985. 260 с.
12. Петров А.Е. Тензорная методология в теории систем. – М.: Радио и связь, 1985. – 152 с.
13. Петров А.Е. Тензорный анализ сетей и параллельные вычисления. М.: МИФИ, препринт 047-91, 1991. – 24 с.
14. Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук. М.: МИФИ, 1998. – 32 с.
15. Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей. – Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. – М.: МИФИ, 1998. – 300 с.
16. Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей. М.: ООО ЦИТиП, 2007. – 496 с.
17. Петров А.Е. Тензорный метод расчета сложных систем и инвариантность мощности. В кн.: Математические основания теории сложных систем. Иваново, 1989. – с. 37–44.
18. Петров А.Е. Тензорный метод и параллельные вычисления. – В сб.: Научно-технические средства информатизации, автоматизации и интеллектуализации в народном хозяйстве. – М.: Знание, 1991. – с. 43–54.
19. Петров А.Е. Параллельный алгоритм расчета систем по частям тензорным методом. В кн.: Методы и программы решения оптимизационных задач на графах и сетях. Новосибирск, СОАН, 1989. – с. 155–157.
20. Петров А.Е. Применение тензорного метода для прогнозирования развития сложных систем. Труды XX–XXII Чтений, посвященных разработке научного наследия и развития идей К.Э. Циолковского. М: 1989. – с. 16–23.
21. Петров А.Е. Тензорный метод и параллельные вычисления. – В сб.: Научно-технические средства информатизации, автоматизации и интеллектуализации в народном хозяйстве. – М.: Знание, 1991. – с. 43–54.
22. Петров А.Е. Взаимодвойственные сети и параллельные вычисления. В кн.: Тензорные методы анализа и синтеза сложных систем. Ижевск, 1991. – с. 26–29.
23. Петров А.Е. Об основах геометрии взаимодвойственных сетей. Там же. – с 30–34.
24. Петров А.Е. Инварианты двойственных сетей. Сборник научных трудов «Научная сессия МИФИ-2000», т. 3, М.: МИФИ, 2000. – с. 200–201.

25. Петров А.Е. Применение двойственных сетей для параллельных вычислений. Сборник научных трудов «Научная сессия МИФИ-2000», т. 3, М.: МИФИ, 2000. – с. 202–203.
26. Петров А.Е. Побиск Георгиевич Кузнецов и тензорный метод. В сборнике «Инженерия истории». Материалы Международного симпозиума «Пространство и Время в эволюции глобальной системы «Природа – Общество – Человек». М.: 14–15.12.2001. Часть 1. «Всемирный фонд планеты Земля», М.: 2002. – с. 47–57.
27. Петров А.Е. Алгоритм расчета тензорных сетей. В книге: Кузнецов О.Л., Большаков Б.Е. Устойчивое развитие: научные основы проектирования в системе природа-общество-человек: Учебник. – Издательство «Гуманистика», Санкт-Петербург – Москва – Дубна, 2002. 616 с. Илл., – с. 502–516.
28. Петров А.Е. Закон сохранения потока энергии и двойственность структуры в пространстве. Доклад на семинаре в Международном университете природы, общества и человека «Дубна», Дубна, 27.06.2002.
29. Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей и закон сохранения потока энергии. Доклад на семинаре. Международный университет природы, общества и человек «Дубна», Дубна, 30.11.2002.
30. Петров А.Е. Тензорный метод и физическая экономика. Сборник трудов II Международного симпозиума «Пространство и Время в эволюции глобальной системы «Природа – Общество – Человек». Геоцивилизационные вызовы и новые технологии». Москва. 2003. Альманах «Восток» О ситуации в России Режим доступа http://www.situation.ru/app/j_art_929.htm свободный, 2005.
31. Петров А.Е. Тензорный метод в проектировании сложных систем. Доклад и презентация 29.09.2004 в СПб на круглом столе «Интеллектуальный потенциал России» в программе «Глобальное лидерство» для руководства корпорации «Боинг».
32. Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей. Сб. трудов научно-технической конференции с международным участием. Технологии информатизации профессиональной деятельности – 2004». Ижевск, 2005 – с. 109–128.
33. Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей и управление устойчивым развитием. Сборник трудов кафедры «Устойчивое инновационное развитие» Международного университета природы общества и человека «Дубна». – Дубна, 2007 – с. 86–110. Режим доступа: http://www.uni-

dubna.ru/departments/sustainable_development/Portal/collected_articles_2007/part_I/Tenzor_method/, свободный.

34. Петров А.Е. Тензорный метод и двойственные сети в электротехнике. Электротехника, №12, ноябрь, 2008. – с. 2–12.
35. Петров А.Е. Двойственная сетевая модель социально-экономической системы. – с 356–381. Сб. тр. II Всероссийской научной конференции с международным участием «Технологии информатизации профессиональной деятельности (в науке, образовании и промышленности)», ТИПД-2008. Часть 1. – Ижевск: ООО Информационно-издательский центр «Бон Анца», 2008 – 553 с. (ISBN № 978 – 5 – 903140 – 42 – 8).
36. Петров А.Е. Тензорный метод в управлении устойчивым развитием: межотраслевой баланс. – с. 420–431. Приложение в книге: Н.А. Искаков. Устойчивое развитие: наука и практика. М.: Издательство РАЕН, 2008. – 466 с.
37. Петров А.Е. Двойственные сети и сетевая модель социально-экономической системы. Dual networks and network model of social-economic system. Режим доступа: http://www.isiksp.ru/library/petrov_ae/petrov-000002.html, свободный, 2008.
38. Петров А.Е. Двойственные сети и сетевая модель социально-экономической системы. Режим доступа: http://www.uni-dubna.ru/departments/sustainable_development/Portal/Nauch_trudy_kafedry/this_year_articles/dual_networks/, свободный, 2008.
39. Петров А.Е. Двойственная сетевая модель социально-экономической системы (Dual network model of social-economic system). Режим доступа: http://www.uni-dubna.ru/departments/sustainable_development/Portal/Nauch_trudy_kafedry/this_year_articles/?id=1201, свободный, 2008.
40. Петров А.Е. Закон двойственности структуры. Сетевые модели социально-экономических систем. Материалы доклада (презентация) на семинаре кафедры устойчивого инновационного развития Университета природы, общества и человека «Дубна». Дубна, 20 декабря 2008 г.
41. Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей. М.: ООО ЦИТиП, 2007. – 602 с. Дополненное интернет издание на портале Университета «Дубна». Режим доступа: http://www.uni-dubna.ru///images/data/gallery/70_971_tenzorny_method25_02.pdf, свободный, 2009.

42. Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей. М.: ООО ЦИТиП, 2007. – 610 с. Дополненное интернет издание на официальном сайте кафедры САПР МГГУ. Режим доступа: http://sapr.msmu.ru/lectmaterials/tmdc.pdf, свободный, 2009.
43. Петров А.Е. Тензорный метод САПР сложных систем. Информационная математика, научно-технический журнал, М.: АСТ-физико-математическая литература, вып. 2 (8), 2009. – с.67–77.
44. Петров А.Е. Двойственные сетевые модели больших систем. Теория активных систем / Труды международной научно-практической конференции (17–19 ноября 2009 г., Москва). Том 1. – М.: ИПУ РАН, 2009. – с. 154–157.
45. Петров А.Е. Двойственные сетевые модели больших систем. Сборник «Управление большими системами», Институт проблем управления РАН, 2010. / Управление большими системами. Специальный выпуск 30.1 "Сетевые модели в управлении". М.: ИПУ РАН, 2010. С. 76–90. Режим доступа: http://ubs.mtas.ru/archive/search_results_new.php?publication_id=18080, свободный. Дата опубликования: 15.11.2010. Рубрика: Математика сетей.
46. Петров А.Е. Сетевые методы планирования производства: учебно-методическое пособие. – М.: МГГУ, 2010. – 148 с.
47. Петров А.Е. Тензорный метод Крона, LT метод Бартини-Кузнецова и двойственные сети. Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление. Электронное научное издание, том №4 (9), 2010. Режим доступа: http://rypravlenie.ru/?p=104, свободный, 2010.
48. Петров А.Е. Побиск Георгиевич Кузнецов и тензорный метод. Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление. Электронное научное издание, том №4 (9), 2010. Режим доступа: http://rypravlenie.ru/?p=491, свободный, 2010.
49. Петров А.Е. Тензорные методы в информационных технологиях. Сб. тр. III Всероссийской научной конференции с международным участием «Технологии информатизации профессиональной деятельности (в науке, образовании и промышленности)», ТИПД-2011, Ижевск, 8-12.11.2011. – 30 с.
50. Петров А.Е. Тензорные методы в информационных технологиях. Труды III Всероссийской науч. конференции с междунар. участием «Технологии информатизации профессиональной деятельности (в науке, образовании и

промышленности)», ТИПД-2011. Том 1, Ижевск, 8-12.11.2011 г. /Под ред. С.Г. Маслова. – Ижевск: Изд-во «Удмуртский университет, 2011 – с. 70–71.

51. Петров А.Е. Тензорный метод Крона, LT метод Бартини-Кузнецова, двойственные сети и диалектические противоречия. Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление. Электронное научное издание, том №7, № 3 (12), 2011. Выпуск подготовлен по итогам Межднародной конференции по фундаментальным проблемам устойчивого развития в системе природа – общество – человек (24 и 25 октября 2011 г., проект РФФИ №11-06-06128-г). Режим доступа: http://rypravlenie.ru/?p=104, свободный, 2011. – с. 46-88.
52. Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей в информационных технологиях. Тезисы доклада. X Всероссийская научная конференция «Нейрокомпьютеры и их применение». Тезисы докладов М.:МГППУ – 2012 – с. 85–86.
53. Петров А.Е. К.Э.Циолковский – П.Г.Кузнецов – Л.Ларуш: Аналогии и подобие в работах ученых-энциклопедистов. Вторая международная конференция по фундаментальным проблемам устойчивого развития в системе природа – общество – человек, посвященная итогам мирового саммита РИО+20 и 155-летию К.Э. Циолковского, 29-30.10.2012. Электронное научное издание «Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление». том 8 № 4 (17), 2012, ст. 3. С. 13–30.
54. Петров А.Е. Применение двойственных сетей для построения вычислений в сетевых моделях сложных систем. Аппликативные вычислительные системы: Труды 3-й международной конференции по аппликативным вычислительным системам (ABC 2012), Москва, 26–28 ноября 2012 г. – с. 83–84.
55. Петров А.Е. Логистика в САПР. Часть 2. Информационная логистика: учебно-методическое пособие – М.: МГГУ, 2012. – 112 с.
56. Петров А.Е. Космос, структура, измеримые величины и устойчивое развитие. Электронное научное издание «Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление», Том 9, № 1 (18), 2013, ст. 3. (в печати).
57. Максвелл Дж. К. О физических силовых линиях. //Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. Пер. с англ./Под ред. П.С. Кудрявцева. – М.: ГИТТЛ, 1954.
58. Копылов И.П. Электрические машины: Учеб. для вузов. – 2-е изд., перераб. – М.: Высш. Шк.; Логос; 2000. – 607 с.